

ИНФОРМАТИКА

Единый Государственный Экзамен

С электронным приложением

ГОТОВИМСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ



Доченька,
не забудь сдать телефон и,
конечно, не вздумай
пользоваться шпаргалкой!



Мама, не волнуйся!
Ведь я готовилась ко всем экзаменам
по пособиям Издательства
«Интеллект-Центр» и уверена
в своих знаниях!

#ЕГЭучебник2022



В.Р. Лещинер, С.С. Крылов

ИНФОРМАТИКА

**ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКЗАМЕН**

ГОТОВИМСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ



Москва
Издательство «Интеллект-Центр»
2022

Лещинер, В.Р.

Л 54 Информатика. Единый Государственный Экзамен. Готовимся к итоговой аттестации : [учебное пособие] / В.Р. Лещинер, С.С. Крылов. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2022. – 160 с.

ISBN 978-5-907431-60-7

Данное пособие предназначено для подготовки учащихся 11 классов к Единому государственному экзамену (ЕГЭ) по информатике. Издание включает типовые задания по всем содержательным линиям экзаменационной работы, а также примерные варианты в формате ЕГЭ 2022 года.

Пособие поможет школьникам проверить свои знания и умения по предмету, а учителям – оценить степень достижения требований образовательных стандартов отдельными учащимися и обеспечить их целенаправленную подготовку к экзамену.

УДК 373.167.1:004

ББК 32.81я721

Генеральный директор

М.Б. Миндюк

Редактор *Д.П. Локтионов*

Художественный редактор *Е.Ю. Воробьёва*

Компьютерная вёрстка и макет *Е.В. Лупенко*

Серийное оформление обложки: *М.В. Борисов, Е.В. Лупенко*

Подписано в печать 03.09.2021. Формат 60x84 1/8.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,0.

Тираж 2500 экз. Заказ № 2333.

ООО «Издательство «Интеллект-Центр»

125445, Москва, ул. Смольная, д. 24А, этаж 6, ком. 24

Отпечатано в ООО «Типография «Миттель Пресс».

г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.

Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89.

E-mail: mittelpress@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Единый государственный экзамен – это одновременно выпускной экзамен за курс среднего (полного) общего образования и вступительный экзамен в учреждения высшего и среднего профессионального образования. Это делает ЕГЭ по информатике экзаменом, ориентированным в первую очередь на выпускников профильных и специализированных классов, собирающихся продолжить свое образование в областях, связанных с информационными технологиями.

Единый государственный экзамен проводится с использованием специально подобранных серий заданий стандартизированной формы – контрольных измерительных материалов (КИМ). Проведение экзамена в такой форме позволяет с достаточной степенью точности установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования и, в то же время, уверенно ранжировать их по этому уровню. В связи с этим, идя на государственный экзамен, выпускник должен четко представлять себе уровень освоения предусмотренных учебной программой знаний, умений и навыков, который он стремится показать в зависимости от поставленной цели, а также те типы и модели учебных задач, которые необходимо решать, для того, чтобы показать достижение требуемого уровня. Задача правильно решить все содержащиеся в варианте задания может быть достигнута небольшим количеством выпускников, обладающих очень хорошей подготовкой на уровне профильной школы, но для достижения требуемого для поступления в избранный вуз балла экзаменуемым часто не нужно справляться со всеми заданиями экзаменационной работы, достаточно только не сделать ошибок в заданиях, соответствующих требуемому уровню. Поэтому хорошая подготовка к экзамену заключается в стабильном безошибочном решении заданий, проверяющих содержание, освоенное выпускником в процессе обучения в школе.

Данная книга должна помочь выпускникам подготовиться к ЕГЭ по информатике и ИКТ. Составленная специалистами, имеющими большой опыт разработки диагностических тестов, в том числе заданий контрольно-измерительных материалов ЕГЭ, она призвана осветить полный объем содержания, проверяемого на экзамене, и показать основные типы заданий, которые могут встретиться на экзамене по каждой теме.

Экзамен по информатике и ИКТ в 2022 году так же, как и в 2021, будет проходить целиком в компьютерной форме. Все участники экзамена будут иметь в своем распоряжении компьютер с установленной на нём операционной системой, редакторами электронных таблиц, текстовыми редакторами, средами программирования на языках: Школьный алгоритмический язык, C#, C++, Pascal, Java, Python.

Для выполнения любых заданий можно использовать вычислительные возможности компьютера и установленное программное обеспечение: электронные таблицы и системы программирования.

Авторы КИМ предполагают, что часть заданий будет выполняться участниками экзамена «в уме», без расчетов на компьютере. Зато другие задания наоборот, требуют обязательно использовать программное обеспечение и предполагают загрузку файлов данных. Ответ в этом случае будет зависеть от того, какие данные были представлены. Такие задания в КИМ помечены специальным знаком и предупреждением:



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

Таких заданий в КИМ в общей сложности 8: задания 3, 9, 10, 17, 18, 24, 26, 27. На экзамене, помимо, собственно, КИМ, экзаменуемому будут выданы файлы данных. В данной книге будут разобраны тренировочные задания, файлы данных к которым размещены на сайте издательства: www.intellectcentre.ru в разделе «Дополнительные материалы». Код для скачивания – **HFdM78**.

Экзаменационная работа 2022 года не предполагает экспертной проверки. Все задания имеют ответ, представляющий собой либо число (серию чисел), либо строку символов. Задания проверяются компьютером в автоматическом режиме путем сравнения ответа с эталонным. Запись ответов осуществляется в специальной программе для проведения экзамена.

Всего в экзаменационной работе, как и в 2021 году, содержится 27 заданий, правильное выполнение которых принесет экзаменуемому 30 первичных баллов. Правильное выполнение первых 24 заданий оценивается 1 первичным баллом за каждое задание, задания 25-27 оцениваются максимально 2 первичными баллами (оценка 1 балл за эти задания выставляется в случае неполного

решения). Первичные баллы по определенной формуле переводятся в тестовые баллы по 100-балльной шкале, что позволяет сравнивать результаты по разным предметам с разными шкалами первичных баллов.

В данной книге, в отличие от других пособий для подготовки к ЕГЭ, задачи собраны по темам. По каждой из тем, проверяемых на экзамене, собраны задачи известных типов, как бывшие на экзаменах прошлых лет, так и в формате заданий 2021–2022 годов. Учащимся нет необходимости просматривать множество однотипных вариантов в попытке составить представление о разнообразии встречающихся на экзамене задач, которые могут стоять в данной позиции – авторы пособия сделали это за них, собрав задания в тематические блоки.

В работе содержатся задания по 10 разделам курса информатики. На определенные темы заданий больше, на другие темы – меньше. На одну тему в работе могут содержаться несколько заданий различного уровня сложности. Таблица ниже показывает соответствие тем и разделов курса.

Таблица

Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса информатики и ИКТ

№	Содержательные разделы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Номера заданий и уровни сложности
1	Информация и её кодирование	3	3	4 (Б), 8 (Б), 11 (П)
2	Системы счисления	1	1	14 (П)
3	Основы логики	2	2	2 (Б), 15 (П)
4	Моделирование и компьютерный эксперимент	2	2	1 (Б), 13 (П)
5	Алгоритмы	6	7	16 (П), 19 (П), 20 (П), 21 (П), 24 (В), 26 (В)
6	Элементы теории алгоритмов	5	6	5 (Б), 12 (П), 22 (П), 23 (П), 25 (В)
7	Программирование	3	4	6 (Б), 17 (П), 27 (В)
8	Технология создания и обработки графической и мультимедийной информации	1	1	7 (Б)
9	Обработка числовой информации	2	2	9 (Б), 18 (П)
10	Технологии поиска и хранения информации	2	2	3 (Б), 10 (Б)
	Итого	27	30	

Видно, что наибольшим «весом» в итоговом результате обладают два раздела: «Алгоритмы» и «Элементы теории алгоритмов». Также важными разделами являются «Программирование» и «Информация и её кодирование». Хорошее знание этих четырех разделов принесет две трети итоговых баллов. Все четыре задачи высокого уровня сложности относятся к первым трем перечисленным разделам.

В демоверсиях 2021 и 2022 года часть заданий принципиально новые по сравнению с КИМ ЕГЭ прежних лет. Это те задания, которые содержат файлы данных и выполняются с использованием специализированного программного обеспечения. Остальные две трети заданий не требуют использования программного обеспечения, могут быть выполнены вручную, без использования компьютера. Но тем не менее, не следует ожидать, что в тех КИМ, которые будут использоваться на экзамене, формулировки заданий будут близки формулировкам демоверсии. Каждый год в КИМ ЕГЭ включается 3-4 задания в принципиально новых формулировках, проверяющие то же самое содержание. Обычно результат их выполне-

ния бывает хуже, чем в прежние годы. Это означает, что следует готовиться решать задания определенного содержания, а не задания конкретных типов, встречавшихся ранее. Начиная с 2016 г., в экзаменационной работе совсем нет заданий с выбором ответа. Это исключает возможность случайного угадывания верного ответа. Следует отметить, что в данной книге собрано довольно много заданий с выбором ответа прежних лет. Их выполнение поможет подготовиться к экзамену 2022 г., так как те же задания могут быть сформулированы в формате, предполагающем краткий ответ. Естественно, что любое из заданий с кратким ответом имеет единственный верный ответ и прямое решение, приводящее к нему.

Следует обратить внимание, что в 2021 г. при сохранении неизменным общего количества заданий в экзаменационной работе, максимальный первичный балл за безошибочное выполнение всех заданий уменьшился с 35 до 30 баллов. Это означает, в частности, что вклад каждого первичного балла в окончательный результат по 100-балльной шкале возрос, выросла и цена возможной ошибки.

Результаты экзаменов всех последних лет показывают важность хорошей подготовки к экзамену. Абитуриенты, знакомые с открытым банком заданий и с демонстрационной версией КИМ, уверенно преодолевали минимальную границу баллов и достигали результата, обеспечивающего поступление на избранную специальность профильного вуза. Высокому результату способствует знакомство со структурой работы, представление о возможных типах и форматах заданий на ту или иную тему.

Экзамен не проверяет знание особенностей синтаксиса конкретных языков программирования или каких-то специфических приемов работы с тем или иным программным обеспечением. Вместе с тем, компьютерная форма экзамена уже требует от выпускника демонстрации умения работать со специализированным программным обеспечением. Задания построены так, чтобы их мог выполнить любой знающий материал выпускник, независимо от того, по какому учебнику и с использованием какой среды программирования проходило обучение. Во всех задачах данной книги, содержащих фрагменты программ, они записаны на 4-х языках программирования: C++, Python, Паскале и Алгоритмическом языке. В спецификации КИМ ЕГЭ 2022 г. перечислены следующие языки программирования, на которых можно будет выполнять задания работы: C++, Java, C#, Pascal, Python, Школьный алгоритмический язык.

За правильное выполнение всей работы можно получить 30 первичных баллов. При пересчете в 100-балльную шкалу они превратятся в 100 тестовых баллов. Шкала перевода первичных баллов в тестовые не линейная, цена первичного балла выше ближе к краям шкалы.

На выполнение экзаменационной работы отводится 235 минут, это чуть менее 4 часов.

Следует рассчитать свои силы и время, необходимое на выполнение отдельных заданий и не задерживаться слишком долго, если выполнить задание не удастся: есть опасность не успеть выполнить все запланированные к выполнению задания. При этом надо понимать, что задания имеют различную сложность и трудоемкость. При планировании тактики выполнения работы следует учитывать, что все задания варианта КИМ выдаются экзаменуемому одновременно (в начале экзамена), поэтому участник экзамена вправе самостоятельно распределять время, выполнять задания в любом порядке, возвращаться к уже выполненным заданиям и так далее. Рекомендуется выполнять задания в том порядке, в котором они идут в экзаменационной работе, так как уровень сложности заданий последовательно возрастает.

Если задание ставит вас в тупик – пропустите его, попытайтесь выполнить следующее по очереди задание. Возвращаться к вызвавшим затруднения заданиям следует только после того, как будут выполнены все задания, не вызывающие затруднений. Учтите, что формулировки заданий могут различаться довольно значительно при одном и том же проверяемом содержании, поэтому важно в первую очередь вчитаться в формулировку, понять,

какое содержание она проверяет и каким из разобранных при подготовке к экзамену заданий соответствует, а затем уже начать выполнение задания.

Единый государственный экзамен – комплексное испытание, его результат зависит не только от ваших знаний, умений и навыков, но также от аккуратности, собранности, целеустремленности. Целенаправленная подготовка и хорошая физическая форма в день экзамена – залог успеха.

Лучший способ подготовки к экзамену – изучение информатики. Те, кто хорошо знают предмет, сдают экзамен легко. Тем не менее, стоит прийти на экзамен, хорошо представляя, как будет выглядеть экзаменационная работа. Поэтому посмотрите, пожалуйста, демонстрационную версию экзаменационной работы, размещенную на сайте ФИПИ (www.fipi.ru). Также подготовиться к экзамену вам помогут различные издания, содержащие примеры заданий, которые использовались на экзаменах в предшествующие годы. Учтите, что демонстрационная версия КИМ только показывает, какое задание МОЖЕТ стоять на этом месте в работе, это совсем не означает, что в работе будет задание абсолютно аналогичное заданию, приведенному в демоверсии. В реальном КИМ задания на каждой позиции будут соответствовать демонстрационному варианту по тематике, уровню сложности и формату ответа. Это не исключает того, что может проверяться какой-то иной аспект темы и задания будут сильно различаться внешне.

Тем не менее, решение заданий прошлых лет может очень помочь вам при подготовке к экзамену, так как вы увидите, какие бывают задания, какие элементы содержания предмета проверяются и каким образом это делается. Эта книга призвана помочь вам на основном этапе подготовки к экзамену – при изучении основного материала и тематическом контроле в ходе этого изучения. На этом этапе надо стараться решать задачи разных типов, проверяющие знание данной темы, анализировать возможные ошибки и закреплять умение, решая задачи аналогичного содержания и формата.

Используйте Единый государственный экзамен как возможность проверить свои знания, умения, свою волю, свой характер. Готовьтесь к экзамену хорошенько – и благоприятный исход вам гарантирован!

1. Математические основы информатики

1.1. Кодирование информации

Следует помнить основные положения алфавитного подхода к измерению количества информации.

1) Пусть A – упорядоченное множество из N элементов, тогда для кодирования каждого элемента двоичным кодом, например, путем нумерации в двоичной системе счисления, требуется $\log_2 N$ двоичных разрядов (бит). Объем информации I , содержащейся в сообщении о том, что выбран какой-либо элемент этого множества, равен, соответственно $\log_2 N$ бит. Если N не является целой степенью 2, то число $\log_2 N$ не является целым, и $I = \lceil \log_2 N + 1 \rceil$, т.е. происходит округление в большую сторону. При решении задач, если N не является целым числом, I можно найти как $\log_2 N'$, где N' ближайшая к N степень двойки, такая что $N' > N$.

2) (Следует из предыдущего.) Если некоторый алфавит содержит M символов, то информационный объем одного символа этого алфавита в сообщении равен $\log_2 M$. Для того чтобы найти информационный объем сообщения, состоящего из символов этого алфавита, следует $\log_2 M$ умножить на количество символов в сообщении.

3) С помощью n двоичных разрядов (бит) можно закодировать двоичным кодом все элементы множества мощностью 2^n (т.е. состоящего из 2^n элементов). Информационный объем одного символа, обозначающего элемент данного множества, будет равен n .

Равномерное кодирование текста

В ЕГЭ 2022 года всего три задания на кодирование текстовой информации. Два из них базового уровня сложности (задания 4 и 8), одно – повышенного уровня сложности (задание 11). Сначала разберем задание 8, которое решается комбинаторным методом. Но, прежде чем разобрать задание из демоверсии, посмотрим более простые задания, решение которых подведет нас к решению задания 8 в современном варианте.

Задание 8

Пример 1

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 20 символов, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. На сколько бит уменьшилась длина сообщения? В ответе запишите только число.

Решение:

После перекодировки из 2-байтного кода в 8-битный каждый символ сообщения стал занимать на 8 бит меньше, а всего символов 20, следовательно длина сообщения уменьшилась на $20 \times 8 = 160$ бит.

Ответ: 160

Задачи для самостоятельного решения

8.1

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 16-битном коде Unicode, в 8битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 440 бит. Какова длина сообщения в символах?

8.2

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 30 символов, первоначально записанного в 8-битной кодировке КОИ-8, в 2-байтный код Unicode. На сколько бит увеличилась длина сообщения

8.3

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке длиной в 50 символов, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. На сколько байт уменьшилась длина сообщения?

8.4

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 2-байтном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 200 бит. Какова длина сообщения в символах?

8.5

Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного, первоначально записанного в 8-битной кодировке КОИ-8, в 2-байтный код Unicode. При этом информационное сообщение увеличилось на 320 бит. Какова длина сообщения в символах?

Пример 2

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение:

Буква П появляется в слове один раз, поэтому надо определить, сколько всего существует слов, составленных из двух символов, длиной 4 буквы, и полученное число умножить на 5 (так как букву П можно добавить к каждому из этих слов в 5 различных местах). Из двух символов можно составить $2^4=16$ различных четырехбуквенных слов, поэтому всего Игорь может использовать 80 различных кодовых слов.

Ответ: 80

Аналогичное данному примеру 2 задание приведено на 8 позиции в демонстрационном варианте ЕГЭ 2021 года.

Задание из демоверсии 2021 года

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует трёхбуквенные слова, в которых могут быть только буквы Ш, К, О, Л, А, причём буква К появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение:

Буква К появляется в слове один раз, поэтому надо определить, сколько всего существует слов, составленных из четырех оставшихся символов, длиной 2 буквы, и полученное число умножить на 3 (так как букву К можно добавить к каждому из этих слов в 3 раз-

личных местах). Из четырех символов можно составить $4^2=16$ различных двухбуквенных слов, поэтому всего Игорь может использовать 48 различных кодовых слов.

Ответ: 48

Следует, однако, учитывать, что на этой позиции в реальном КИМ может стоять задача той же тематики, но с другими формулировками. Ниже приведены еще несколько примеров различных вариантов задания на тему равномерного кодирования, аналогичные использовавшимся в КИМ ЕГЭ различных лет.

Пример 3

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 67.

Решение (1 способ):

Нужно посчитать, сколько слов всего в этом списке (сколько 4-буквенных слов можно составить из 4 различных букв). Так как на каждой из 4 позиций может стоять любая из 4 букв, то количество слов в списке будет равно $4^4 = 256$.

При этом слова под номерами 1-64 будут начинаться на букву К, под номерами 65-128 будут начинаться на букву Л. Под номером 65 стоит слово ЛККК, а под номером 67 – ЛККР.

Решение (2 способ):

Обозначим К = 0, Л = 1, Р = 2, Т = 3. Тогда получается, что список состоит из чисел в системе счисления с основанием 4, количество значащих цифр в которых не превышает 4.

Таких чисел $4^4 = 256$. При этом число 0000 в списке пронумеровано 1, 0001 – 2, а под номером 67 будет стоять число, равное 66_{10} , которое и нужно будет перевести в четверичную систему счисления.

Разложим 66 на степени четверки ($4^3=64$, $4^2=16$, $4^1=4$, $4^0=1$): $66 = 1 \cdot 64 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 1$.

Выписав цифры, получим $66_{10} = 1002_4$. Вспомнив начальные обозначения, запишем искомое слово: ЛККР.

Ответ: ЛККР

Первый способ более быстрый в некоторых случаях, но второй способ более надежный и универсальный.

Пример 4

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на 240-м месте от начала списка.

Решение (1 способ):

Нужно посчитать, сколько слов всего в этом списке (сколько 5-буквенных слов можно составить из 3 различных букв). Так как на каждой из 5 позиций может стоять любая из 3 букв, то количество слов в списке будет равно $3^5 = 243$.

Значит последнее слово УУУУУ стоит на 243-м месте. На 242-м месте стоит УУУУО, на 241-м – УУУУА, а на 240-м – УУУОУ.

Решение (2 способ):

Обозначим $A = 0$, $O = 1$, $Y = 2$, тогда получается, что список состоит из чисел в троичной системе счисления, количество значащих цифр в которых не превышает 5.

Таких чисел $3^5 = 243$. При этом число 00000 в списке пронумеровано 1, 00001 – 2, а под номером 240 будет стоять число, равное 239_{10} , которое и нужно будет перевести в троичную систему счисления.

Разложим 239 на степени тройки ($3^4=81$, $3^3=27$, $3^2=9$, $3^1=3$, $3^0=1$): $239 = 2 \cdot 81 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1$

Выписав троичные цифры, получим $239_{10} = 22212_3$. Вспомнив начальные обозначения, запишем искомое слово: УУУОУ.

Ответ: УУУОУ

Пример 5

Азбука Морзе позволяет кодировать символы для сообщений по радиосвязи, задавая комбинацию точек и тире. Сколько различных символов (цифр, букв, знаков пунктуации и т. д.) можно закодировать, используя код азбуки Морзе длиной **не менее четырёх** и **не более пяти** сигналов (точек и тире)?

Решение:

В основе решения лежит известная формула $P=a^k$, где P – количество слов, которые можно записать с помощью k символов алфавита мощностью a . Так как символы в азбуке Морзе имеют переменную длину, то для ответа на поставленный вопрос надо сложить два числа: $2^4+2^5=16+32=48$.

Ответ: 48

Задачи для самостоятельного решения

8.6

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **238-м** месте от начала списка.

8.7

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, Я, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. ААААЯ
5. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **1020-м** месте от начала списка.

8.8

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит под номером **61**.

8.9

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **83-м** месте от начала списка.

8.10

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на **195-м** месте от начала списка.

8.11

Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно четырёх таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты четырёх различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

8.12

Световое табло состоит из трёх светящихся элементов, каждый из которых может светиться одним из пяти различных цветов. Каждая комбинация из трёх цветов кодирует определённый сигнал. Сколько различных сигналов можно передать при помощи табло при условии, что все элементы должны светиться?

8.13

Для передачи аварийных сигналов договорились использовать специальные цветные сигнальные ракеты, запускаемые последовательно. Одна последовательность ракет – один сигнал; в каком порядке идут цвета – существенно. Какое количество различных сигналов можно передать при помощи запуска ровно пяти таких сигнальных ракет, если в запасе имеются ракеты четырёх различных цветов (ракет каждого вида неограниченное количество, цвет ракет в последовательности может повторяться)?

8.14

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 131.

8.15

Павел составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 3-буквенные слова, в которых есть только буквы А, И, О, С, причём буква И появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Павел?

Следующее задание на равномерное кодирование – повышенного уровня сложности (задание 11). Оно основано на том, что для кодирования каждого символа также используется одинаковое для всех используемых символов (и минимально возможное) количество бит, но получившаяся строка записывается в целое количество байт (при этом какие-то биты остаются не использованными).

Задание 11

Пример 1

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Ш, К, О, Л, А (таким образом, используется 5 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Укажите объём памяти в байтах, отводимый этой системой для записи 30 паролей. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно.

Решение:

Количество различных символов $N = 5$.

$$N' = 8 = 2^3.$$

$I = \log_2 N' = 3$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 15, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $15 \times 3 = 45$ бит.

$5 \text{ байт} < 45 \text{ бит} < 6 \text{ байт}$, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 6.

Поскольку всего паролей 30, то необходимый объем памяти составляет $30 \times 6 = 180$ байт.

Ответ: 180

Пример 2

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение:

Количество различных символов $N = 12$. $N' = 16 = 2^4$.

$I = \log_2 N' = 4$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 15, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $15 \times 4 = 60$ бит.

$7 \text{ байт} < 60 \text{ бит} < 8 \text{ байт}$, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 8.

Для хранения сведений об одном пользователе отводится $400:20 = 20$ байт, из которых 8 отводится на пароль и 12 – на дополнительные сведения.

Ответ: 12

Пример 3

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 12 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 60 паролей.

1) 540 байт

2) 600 байт

3) 660 байт

4) 720 байт

Решение:

Количество различных символов $N = 10 + 12 + 12 = 34$ (10 цифр, 12 строчных букв и 12 заглавных букв).

$$N' = 64 = 2^6.$$

$I = \log_2 N' = 6$ – это минимальное количество бит для кодирования одной буквы.

Поскольку всего символов в пароле 11, то объем места, требуемого для хранения одного такого пароля равен $11 \times 6 = 66$ бит.

1 байт < 66 бит < 9 байт, следовательно минимально возможное количество байт для хранения одного пароля равно 9.

Поскольку всего паролей 60, то необходимый объем памяти составляет $60 \times 9 = 540$ байт.

Ответ: 1

Задачи для самостоятельного решения**11.1**

В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляют из заглавных букв (используются только 20 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 30 номеров.

- 1) 90 байт 2) 120 байт 3) 180 байт 4) 150 байт

11.2

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 8 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 15 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 80 паролей.

- 1) 320 байт 2) 400 байт 3) 560 байт 4) 480 байт

11.3

В некоторой стране автомобильный номер длиной 10 символов составляют из заглавных букв (используются только 18 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 100 номеров.

- 1) 500 байт 2) 600 байт 3) 700 байт 4) 800 байт

11.4

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 9 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 28 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 40 паролей.

- 1) 200 байт 2) 240 байт 3) 280 байт 4) 320 байт

11.5

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 10 различных букв местного алфавита, причем все буквы используются в двух начертаниях: как строчные, так и заглавные (регистр буквы имеет значение!).

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 50 паролей.

- 1) 300 байт 2) 350 байт 3) 400 байт 4) 550 байт

11.6

В велокроссе участвуют 56 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Какой объём памяти будет использован устройством, когда все спортсмены прошли промежуточный финиш?

- 1) 56 бит 2) 280 бит 3) 42 байт 4) 56 байт

11.7

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только цифры и буквы У, Ч, И, Т, Е, Л, Ъ (таким образом, используется 17 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объём памяти (в байт), отводимый этой системой для записи 40 паролей.

В ответе запишите только число.

11.8

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: Q, W, A, S, E, D, Z, X. В базе данных для хранения пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения паролей 20 пользователей. В ответе запишите только целое число – количество байт.

11.9

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 101 символа и содержащий только десятичные цифры и символы из 4090-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения 16 384 идентификаторов. В ответе запишите только целое число – количество Кбайт.

11.10

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 118 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 1500-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения 65 536 идентификаторов. В ответе запишите только целое число – количество Кбайт.

Неравномерное кодирование

Неравномерным называется способ кодирования, при котором разные символы алфавита кодируются битовой последовательностью различной длины. Этот код может оказаться более экономным в случае, если определенные символы алфавита встречаются в тексте часто, а некоторые – достаточно редко. Тогда часто встречающиеся символы следует кодировать короткими кодовыми последовательностями, а редко встречающиеся – длинными. На практике чаще используется равномерное кодирование, но для некоторых видов алгоритмов знание принципов неравномерного кодирования может оказаться полезным.

При решении задач на неравномерное кодирование необходимо знать, когда код является однозначно декодируемым. Для этого введем понятие префиксного кода.

Префиксным называется код, не имеющий ни одного кодового слова, которое было бы префиксом (началом) любого другого кодового слова данного кода. Если код является префиксным, то любая последовательность кодовых слов всегда только одним образом разделяема на отдельные из них.

Задание 4

Пример 1

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Решение:

Код для буквы С должен быть трехзначным и начинаться на 1, так как при коде 01 строки СОО и ОП будут кодироваться одинаковой последовательностью 0100, при коде 10 будут совпадать СО и П, при коде 11 совпадут последовательности ТП и ССОО. Трехзначный код 101 обеспечит однозначное декодирование.

Ответ: 4

Пример 2

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–1, Б–000, В–001, Г–011.

Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 00 2) 01 3) 11 4) 010

Решение:

Вариантов кодового слова, которым может быть закодирована буква Д, много, поэтому проверим предложенные ответы, начиная с самых коротких:

1) 00 – является префиксом слова 000 (буква Б), отсюда, например, входящую последовательность 000000 можно декодировать двумя различными способами 00 00 00 (ДДД) и 000 000 (ББ). Этот вариант ответа не подходит;

2) 01 – является префиксом слова 011 (буква Г). Входящую последовательность 011 можно декодировать двумя различными способами: 011 (Г) и 01 1 (ДА). Этот вариант ответа также не подходит;

3) 11 – не является префиксом ни одного из слов, но при этом кодовое слово 1 (А) является префиксом слова 11 (Д). Входящую последовательность 11 можно декодировать двумя различными способами: 11 (Д) и 1 1 (АА). Этот вариант ответа не подходит;

4) 010 – не является префиксом ни одного из слов и, при этом, ни одно из слов кода не является префиксом слова 010.

Ответ: 4

При кодировании часто используются избыточные коды, рассчитанные на возможность справления единичных ошибок, которые могут возникать при передаче сообщения.

Пример 3

Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами:

А – 10010, Б – 11111, В – 00101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01111, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 10000 10101 11011 10111. Декодируйте это сообщение – выберите правильный вариант.

- 1) АВББ 2) АВхБ 3) хххх 4) АхББ

Решение:

Для решения этого задания следует применить описанный алгоритм по отношению к каждому кодовому слову в сообщении:

- 1) 10000 отличается от 10010 ровно в одной (четвертой) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву А;
- 2) 10101 отличается от 00101 ровно в одной (первой) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву В;
- 3) 11011 отличается от 11111 ровно в одной (третьей) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву Б;
- 4) 10111 отличается от 11111 ровно в одной (второй) позиции, поэтому его можно интерпретировать как букву Б.

Ответ: 1

Пример 4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение:

Требуется построить код, отвечающий условию Фано. Проще всего это делать, рисуя двоичное дерево возможных кодов. Ясно, что код любой из оставшихся 4 букв будет начинаться на 11, так как любой код, начинающийся на 0 или на 10, не будет удовлетворять условию Фано. Для кодирования 4 символов можно использовать равномерный код длины 4: 1100, 1101, 1110, 1111. Можно для одного из символов использовать трехбитный код, например 110. Тогда длины трех оставшихся кодов будут, соответственно, 4, 5 и 5. (1110, 11110 и 11111). В первом случае сумма длин шести слов равна 19 бит, во втором случае $1+2+3+4+5+5=20$, что на 1 бит больше.

Ответ: 19

Пример 5

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А – 0; Б – 110; В – 111.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение:

Требуется построить код, отвечающий условию Фано. Это значит, что код не может начинаться ни на 0 (код буквы А), ни на 11 (так как оба трехбитных кода, начинающихся на 11, уже использованы для кодирования букв Б и В). Следовательно, код может начинаться на 10. В том случае, если все сообщения представляют собой комбинации из только 4 букв, код 10 для буквы Г является единственным кратчайшим.

Ответ: 10

Задачи для самостоятельного решения

4.1

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–011, Б–11, В–001, Г–010. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 1 2) 10 3) 01 4) 00

4.2

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–111, Б–01, В–10, Г–001. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 11 2) 00 3) 110 4) 010

4.3

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–100, Б–110, В–111, Г–0. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 101 2) 11 3) 001 4) 10

4.4

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–00, Б–1, В–010, Г–0111. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 0 2) 001 3) 101 4) 0110

4.5

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А–01, Б–00, В–10, Г–110. Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 001 2) 11 3) 010 4) 111

4.6

Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами:

А – 11000, Б – 00010, В – 10101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 00000, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11110 10111 10010 10000. Декодируйте это сообщение – выберите правильный вариант.

- 1) хххх 2) АВБА 3) ххБА 4) хВБА

4.7

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 10; для буквы Б – кодовое слово 11. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

1.2. Системы счисления

В ЕГЭ 2022 года осталось только одно задание 14 повышенного уровня по теме «Системы счисления». Разберем его ниже, а пока вспомним некоторые общие принципы записи чисел в позиционных системах счисления, в частности в двоичной.

Двоичная система счисления

Для перевода чисел из двоичной системы в десятичную, и обратно, полезно выучить наизусть таблицу первых десяти степеней двойки:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 ⁿ	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Переведем число 10101010 из двоичной системы счисления в десятичную. Пронумеруем его цифры справа налево, подпишем под ненулевыми разрядами соответствующие степени двойки и просуммируем их:

1	0	1	0	1	0	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
128		32		8		2	

$$10101010_2 = 2+8+32+128 = 170_{10}$$

Для перевода из десятичной в двоичную систему надо разложить данное число на степени двойки методом вычитания старшей степени.

Например,

$$170 = 128+42 = 1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 10 = 1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 2 = 1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1.$$

Выписав двоичные цифры, получаем равенство $170_{10} = 10101010_2$. Обратите внимание, что очень важно довести выписывание степеней до самого конца, не потеряв ни одной

цифры, так как количество нулей в **конце числа** имеет большое значение! (Действительно, каждый понимает, что числа 100_{10} (сто) и 10_{10} (десять) различаются на порядок. То же самое верно и по отношению к двоичным числам: 100_2 (четыре) и 10_2 (два) различаются в два раза.)

Примеры заданий на запись чисел в двоичной и кратных системах счисления

Пример 1

Сколько единиц в двоичной записи числа 67?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение:

Разложим 67 на степени двойки, начиная со старшей (64):

$$67 = 1 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 1000011_2.$$

Ответ: 3

Пример 2

Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $12F0_{16}$?

Решение:

Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичную запись используется алгоритм «по тетрадам» (четверкам цифр). Каждую цифру шестнадцатеричного числа представляют в виде четверки двоичных цифр в соответствии со значением цифры. Важно не забывать писать лидирующие нули, так как двоичных цифр всегда должно быть четыре. В конкретной ситуации заменяем 1 на 0001, 2 на 0010, F на 1111 и 0 на 0000. Получаем двоичное число 1001011110000, в котором 6 единиц и 7 значащих нулей.

Ответ: 6

Представление числовой информации. Системы счисления

При записи числа в позиционной системе счисления, оно обозначается с помощью ряда цифр. «Вклад» каждой цифры в число определяется местом, где она находится, и равен значению цифры, умноженному на основание системы счисления в степени, равной номеру цифры (нумерация ведется справа и начинается с нуля). Пусть

$a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$ — запись числа A , a_i — цифры, p — основание системы счисления, тогда

$$A = a_n \times p^n + a_{n-1} \times p^{n-1} + a_{n-2} \times p^{n-2} + \dots + a_1 \times p^1 + a_0 \times p^0$$

Так, в числе 1987_{10} цифра 1 обозначает одну тысячу (третья степень), 9 — девять сотен (вторая степень), 8 — восемь десятков (первая степень) и 7 — семь единиц (нулевая степень). Т.е. $1987_{10} = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 1000 + 900 + 80 + 7$. Аналогично, число $1010_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10_{10}$

Задание 14

Пример 1

В системе счисления с некоторым основанием число 12_{10} записывается в виде 110 . Укажите это основание.

Решение:

Обозначим искомое основание n . Исходя из правил записи чисел в позиционных системах счисления $110_n = n^2 + n^1 + 0$. Составим уравнение: $n^2 + n = 12$ и найдем натуральный корень (3). Второй, отрицательный, корень (−4) квадратного уравнения нам не подходит, так как основание системы счисления, по определению, натуральное число, большее единицы. Полученный ответ проверим подстановкой: $9 + 3 + 0 = 12$.

Существует еще другой вариант решения, основанный на простом подборе. Пусть наше число имеет основание n , тогда оно записывается в виде $110_n = n^2 + n^1 + 0$. Будем подставлять в качестве основания различные натуральные числа, начиная с 2. При $n = 2$ получим $110_2 = 5_{10}$, при $n = 3$ получим $110_3 = 12_{10}$, то есть искомое решение. Ясно, что при $n > 3$ мы будем получать большие числа, например, при $n = 4$ получим $110_4 = 20_{10}$.

Ответ: 3

Пример 2

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 17_{10} оканчивается на 2.

Решение:

Последняя цифра в записи числа представляет собой остаток от деления числа на основание системы счисления. $17 - 2 = 15$. Найдем делители числа 15 – это числа 3, 5, 15. Проверим свой ответ тем, что запишем число 17 в указанных системах счисления.

$$17_{10} = 122_3 = 32_5 = 12_{15}.$$

Ответ: 3, 5, 15

Пример 3

Сколько единиц в двоичной записи значения выражения $4^{2015} - 2^{2014} + 3$?

Решение:

Число 2^k (4^k , 8^k и т.д.) всегда записывается в двоичной системе как единица с соответствующим количеством нулей. Разность $2^k - 2^n$ при $k > n$ выглядит в двоичной системе как $k - n$ единиц с последующими n нулями. Этот факт – наглядный результат выполнения в двоичной системе алгоритма вычитания «в столбик» (с заёмом единицы в старшем разряде). Убедиться в справедливости этого правила можно, записав в двоичной системе значение разности $128 - 32$ ($2^7 - 2^5$) = $96 = 64 + 32 = 1100000_2$

Таким образом, число 4^{2015} записывается в двоичной системе как единица с последующими 4030 нулями. Разность $4^{2015} - 2^{2014}$ выглядит как 2016 единиц и последующие 2014 нулей, а прибавление числа 3 (11_2) к этой разности заменяет два последних нуля единицами (все по алгоритму сложения в столбик). Итак, в двоичной записи этого выражения 2018 единиц.

Ответ: 2018

Пример 4

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

Сначала запишем первое и второе слагаемое в системе счисления с основанием 3.

$$9^8 = 3^{(2 \times 8)} = 3^{16} = 10\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000_3 \text{ (единица и 16 нулей).}$$

$$3^5 = 100\ 000_3 \text{ (единица и 5 нулей).}$$

Их сумма в троичной системе счисления записывается с помощью 2 единиц и 15 нулей: $10\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000_3 + 100\ 000_3 = 10\ 000\ 000\ 000\ 100\ 000_3$

Запишем число 9 в той же системе счисления $9 = 3^2 = 100_3$ Теперь выполним вычитание в той же троичной системе: $10\ 000\ 000\ 000\ 100\ 000_3 - 100_3 = 10\ 000\ 000\ 000\ 022\ 200_3$

В этой записи 3 цифры «2», одна единица и 13 нулей. Общее количество цифр попрежнему 17.

Данное вычитание можно было бы произвести «в столбик» с переносом единицы в младший разряд. При записи чисел в десятичной системе единица старшего разряда

превращается в 10 единиц соседнего младшего разряда, в троичной системе она превращается в три единицы (а в двоичной – в две).

Обратите внимание, что для данной задачи совсем неважно, какая разрядность у первого слагаемого. Двойки заменяют нули только в середине записи числа. Общее правило остается неизменным: число $3^n - 3^m$ ($n > m$) при записи в троичной системе будет содержать $n-m$ двоек и m нулей.

Ответ: 3

Задание 14 из демоверсии 2021 года

Значение арифметического выражения: $49^7 + 7^{21} - 7$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Решение:

Сначала запишем первое и второе слагаемое в системе счисления с основанием 7.

$$49^7 = 7^{(2 \times 7)} = 7^{14} = 100\ 000\ 000\ 000\ 000_7 \text{ (единица и 14 нулей).}$$

$$7^{21} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000_7 \text{ (единица и 21 ноль)}$$

Второе слагаемое оказалось больше первого. Их сумма в системе счисления с основанием 7 записывается с помощью 2 единиц и 20 нулей:

$$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000_7 + 100\ 000\ 000\ 000\ 000_7 = 1\ 000\ 000\ 100\ 000\ 000\ 000\ 000_7$$

Запишем число 7 в той же системе счисления: $7_{10} = 10_7$

Теперь выполним вычитание в той же системе счисления:

$$1\ 000\ 000\ 100\ 000\ 000\ 000\ 000_7 - 10_7 = 1\ 000\ 000\ 066\ 666\ 666\ 666\ 660_7$$

В этой записи 13 цифр «6», одна единица и 8 нулей. Общее количество цифр попрежнему 22.

Обратите внимание, что для данной задачи очень важно определить, какое из чисел больше. Ответ будет зависеть от того, какая разрядность у меньшего слагаемого. Шестерки заменяют нули только в середине записи числа. Общее правило остается неизменным: число $7^n - 7^m$ ($n > m$) при записи в системе счисления с основанием 7 будет содержать $n-m$ двоек и m нулей.

Ответ: 13

Задачи для самостоятельного решения

14.1

Запись числа 53_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 3 цифры. Чему равно основание этой системы счисления?

14.2

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 33_{10} оканчивается на 3.

14.3

В системе счисления с некоторым основанием число 56_{10} записывается в виде 211. Укажите это основание.

14.4

Укажите через запятую в порядке возрастания все числа, не превосходящие 30, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110. Числа в ответе указывать в десятичной системе счисления.

14.5

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 26_{10} оканчивается на 1.

14.6

В системе счисления с некоторым основанием число 21_{10} записывается в виде 111. Укажите это основание.

14.7

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$$4^{2013} + 2^{2012} - 17?$$

14.8

Значение арифметического выражения: $16^8 + 4^6 - 16$ – записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?

14.9

Значение арифметического выражения: $9^{65} + 3^{195} - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

14.10

Значение арифметического выражения

$$4 \cdot 125^{32} - 3 \cdot 25^{25} + 4 \cdot 5^{13} - 14$$

записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

14.11

Значение арифметического выражения

$$5 \cdot 216^9 - 36^{10} + 4 \cdot 6^{11} - 8$$

записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?

1.3. Основы логики

Для решения задач по этой теме необходимо помнить таблицы истинности простейших функций, а также знать и уметь применять законы алгебры логики.

1) Таблицы истинности:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

2) Законы алгебры логики

Подобно алгебре чисел, алгебра логики имеет свои законы, записываемые формулами. Эти законы выражают свойства логических операций и используются при вычислении значений логических выражений.

Переместительный, распределительный и сочетательный законы справедливы для операций логического сложения и умножения.

Переместительный закон:

$$A \vee B = B \vee A \quad A \wedge B = B \wedge A$$

Сочетательный закон: $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) \quad (A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$

Распределительный закон:

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

Закон непротиворечия:

$$A \wedge \neg A = 0$$

Этот закон выражает тот факт, что высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

Закон исключенного третьего:

$$A \vee \neg A = 1$$

Этот закон означает, что либо высказывание, либо его отрицание должно быть истинным.

Закон двойного отрицания:

$$\neg(\neg A) = A$$

Законы де Моргана:

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

В справедливости указанных законов можно убедиться с помощью таблиц истинности. Полезно знать также формулу для выражения импликации через отрицание и логическое сложение:

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

3) Приоритеты логических операций

В алгебре логики, так же как и в алгебре чисел, существует приоритет операций. От более старшей к младшей: $\neg \wedge \vee \rightarrow$, то есть, если не определено скобками, то сначала выполняется отрицание, потом умножение и т.д.

В варианте КИМ, которые получает каждый участник ЕГЭ, есть справочная страница (она идет второй, после страницы с инструкцией по выполнению варианта). На ней даются обозначения логических операций, содержатся сведения о приоритете операций и много другой полезной информации. Приведем здесь извлечение с этой страницы, касающееся рассматриваемого нами раздела:

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связей (операций):

- a) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- b) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- c) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$);
- d) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);

е) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);

ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ – нет (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

Задание 2

Пример 1

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z .

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1

Какое выражение соответствует F ?

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$ 2) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$ 3) $X \vee Y \vee \neg Z$ 4) $X \vee Y \vee Z$

Решение:

Чтобы не строить таблицу истинности для каждого выражения, можно просто пере-проверить предложенные ответы. Для каждого из четырех вариантов нужно подставить значения X, Y, Z , приведенные в таблице, и сравнить полученные результаты со значением F , соответствующем данной строке:

1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z = 0$ при $X = 0, Y = 0, Z = 0$, что не соответствует первой строке таблицы, где $F = 1$. Следовательно, данная функция нам не подходит;

2) $\neg X \vee \neg Y \vee Z = 1$ при $X = 0, Y = 0, Z = 1$, что не соответствует второй строке таблицы, где $F = 0$;

3) выражение $X \vee Y \vee \neg Z$ **соответствует F** , при всех предложенных комбинациях X, Y и Z ; Убедимся, что последний вариант не подходит:

4) $X \vee Y \vee Z = 1$ при $X = 0, Y = 0, Z = 1$, что не соответствует второй строке таблицы, где $F = 0$.

Ответ: 3

Пример 2

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу; затем – буква, соответствующая 2-му столбцу; затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишете подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Тогда 1-му столбцу соответствует переменная y , а 2-му столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение:

Рассмотрим исходное выражение $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Это дизъюнкция двух конъюнкций, в каждой из которых одним из сомножителей является x . При $x = 0$ значение выражения всегда будет 0 (ложно). Поэтому значения переменной x записаны в 3 столбце таблицы истинности.

Выражение истинно при истинном x в трех случаях: если обе переменные y и z истинны, если обе ложны и если y истинна, а z ложна. Посмотрев на 4 строку таблицы мы понимаем, что в первом столбце записаны значения переменной z , а во втором y .

Ответ: zyx

Задачи для самостоятельного решения

2.1

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z .

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	1	0
0	1	1	1
1	1	0	1

Какое выражение соответствует F?

1) $X \vee Y \vee \neg Z$

2) $\neg X \vee Y \vee \neg Z$

3) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$

4) $X \vee \neg Y \vee \neg Z$

2.2

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Какое выражение соответствует F?

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 2) $X \wedge \neg Y \wedge Z$ 3) $X \wedge Y \wedge \neg Z$ 4) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$

2.3

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	1	0	1
0	0	1	1
1	1	1	1

Какое выражение соответствует F?

- 1) $\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$ 2) $X \vee \neg Y \vee Z$ 3) $X \vee Y \vee \neg Z$ 4) $\neg X \vee Y \vee Z$

2.4

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	1	0
0	1	0	0
1	1	0	0

Какое выражение соответствует F?

- 1) $X \vee Y \vee \neg Z$ 2) $X \wedge \neg Y \wedge Z$ 3) $X \wedge Y \wedge \neg Z$ 4) $\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$

2.5

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
1	1	0	0

Какое выражение соответствует F?

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \vee Z$ 2) $X \vee Y \vee \neg Z$ 3) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 4) $X \wedge Y \wedge Z$

2.6

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F .

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
0	1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0

Каким выражением может быть F ?

- 1) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge x_8$
- 2) $\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee x_7 \vee \neg x_8$
- 3) $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge x_7 \wedge \neg x_8$
- 4) $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee x_8$

2.7

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F .

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1

Каким выражением может быть F ?

- 1) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge x_8$
- 2) $x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
- 3) $x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
- 4) $\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge x_7 \wedge x_8$

2.8

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg x) \wedge y \vee z \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу; затем – буква, соответствующая 2-му столбцу; затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

2.9

Логическая функция F задаётся выражением $y \wedge \neg z \wedge (\neg x \vee w)$.

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Перем. 4	Функция
???	???	???	???	F
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

2.10

Миша заполнял таблицу истинности функции

$$(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w,$$

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w$
		1		0
1	0		1	0
0	0	1	1	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

2.11

Миша заполнял таблицу истинности функции

$$\neg(y \rightarrow (x \equiv w)) \wedge (z \rightarrow x),$$

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$\neg(y \rightarrow (x \equiv w)) \wedge (z \rightarrow x)$
	1	1		1
0			0	1
	0	1	0	1

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример 1

Какое из приведенных имён удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная \rightarrow вторая буква согласная) \wedge (предпоследняя буква гласная \rightarrow последняя буква гласная)

- 1) КРИСТИНА 2) МАКСИМ 3) СТЕПАН 4) МАРИЯ

Решение:

Поскольку логическое умножение истинно только тогда, когда обе его части истинны, то отсюда следует, что высказывание (первая буква согласная \rightarrow вторая буква согласная) истинно, и (предпоследняя буква гласная \rightarrow последняя буква гласная) истинно.

Заметим, что легче найти варианты, в которых импликации ложны и отсеять неправильные варианты.

Первая импликация ложна, когда высказывание (первая буква согласная) истинно, а (вторая буква согласная) – ложно. То есть, первая буква – согласная, а вторая – гласная. Следовательно, мы можем отбросить варианты МАКСИМ (2) и МАРИЯ (4).

Вторая импликация ложна, когда высказывание (предпоследняя буква гласная) истинно, а (последняя буква гласная) – ложно. То есть, предпоследняя буква имени – гласная, а последняя – согласная. Следовательно, мы можем отбросить вариант СТЕПАН (3).

Остается только имя КРИСТИНА, которое и является верным.

Ответ: 1

Пример 2

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 10]$ и $Q = [6, 14]$.

Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[0, 3]$ 2) $[3, 11]$ 3) $[11, 15]$ 4) $[15, 17]$

Решение:

Выражение в скобках связывается с условием принадлежности x отрезку Q операцией «или». Это значит, что импликация должна быть истинна для всех точек x , которые не принадлежат данному отрезку. Импликация ложна в том случае, когда значение первого выражения $(x \in A)$ истинно, а второго $(x \in P)$ – ложно. Отрезок P частично перекрывается отрезком Q , поэтому значение всей дизъюнкции будет ложно для всех $x < 2$ и $x > 14$. Из всех предложенных в ответах отрезков только отрезок $[3,11]$ лежит целиком внутри отрезка $[2,14]$

Ответ: 2

Пример 3

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$.

Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[5, 20]$ 2) $[25, 35]$ 3) $[40, 55]$ 4) $[20, 40]$

Решение:

Это задание решается достаточно просто: требуется применить преобразование импликации два раза и получить выражение без импликации:

$$\begin{aligned} ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A) &\equiv (\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A) \equiv \\ \neg(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \vee \neg(x \in A) &\equiv (x \in P) \wedge (x \in Q) \vee \neg(x \in A) \end{aligned}$$

Понятно, что выражение будет тождественно истинно при любом значении переменной x только в том случае, если отрезок A будет целиком лежать внутри пересечения отрезков P и Q . Определив это пересечение: $P \cap Q = [23, 39]$, находим среди вариантов ответа отрезок, целиком лежащий внутри него: $[25, 35]$.

Ответ: 2

Пример 4

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

Для начала требуется применить преобразование импликации два раза и получить выражение без импликации:

$$\begin{aligned} x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0) &\equiv x \& 25 \neq 0 \vee (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0) \equiv \\ x \& 25 \neq 0 \vee (x \& 17 \neq 0 \vee x \& A \neq 0) &\equiv x \& 25 \neq 0 \vee x \& 17 \neq 0 \vee x \& A \neq 0 \end{aligned}$$

Запишем числа 25 и 17 в двоичной системе: $25_{10} = 11001_2$, $17_{10} = 10001_2$. Различие между ними только в одном разряде – четвертом. Поэтому число $A = 1000_2 = 8_{10}$ обеспечит тождественную истинность выражения $x \& 25 \neq 0 \vee (x \& 17 \neq 0 \vee x \& 8 \neq 0)$

Ответ: 8

Задание 15 из демоверсии 2021 года

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

Это задание решается по той же схеме: требуется применить преобразование импликации два раза и получить выражение без импликации, раскрыв скобки:

$$\begin{aligned} \neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9)) &\equiv \text{ДЕЛ}(x, A) \vee (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9)) \equiv \\ \text{ДЕЛ}(x, A) \vee (\neg \text{ДЕЛ}(x, 6) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 9)) &\equiv \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 6) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 9) \end{aligned}$$

Понятно, что выражение будет тождественно истинно при любом значении переменной x только в том случае, если число A будет наименьшим общим кратным чисел 6 и 9, тогда дизъюнкция будет истинна либо в том случае, что число x делится и на 6 и на 9, или не делится хотя бы на одно из этих двух чисел. Наименьшее общее кратное чисел 6 и 9 – число 18.

Ответ: 18

Задачи для самостоятельного решения

15.1

Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию:

вторая буква согласная $\wedge \neg$ (последняя буква гласная \rightarrow первая буква согласная)

- 1) ГАЛИНА 2) СТАНИСЛАВ 3) АРТУР 4) АЛЕНА

15.2

Для какого слова истинно высказывание:

(четвертая буква слова гласная \vee предпоследняя буква слова согласная) \rightarrow первая буква слова гласная

- 1) АТЛАС 2) БУЛКА 3) ЗАБОТА 4) КОРТ

15.3

Какое из приведенных имён удовлетворяет логическому условию:

(последняя буква согласная \rightarrow вторая буква согласная) $\wedge \neg$ (третья буква гласная)

- 1) АЛЕКСЕЙ 2) ЕВГЕНИЯ 3) АРИНА 4) ПЕТР

15.4

Какое из приведенных имён удовлетворяет логическому условию:

(предпоследняя буква согласная \vee вторая буква согласная) \wedge (последняя буква гласная \rightarrow первая буква гласная)

- 1) СТЕПАН 2) КСЕНИЯ 3) ФЕДОР 4) НАТАЛЬЯ

15.5

Какое из приведенных имён удовлетворяет логическому условию:

(первая буква согласная $\vee \neg$ (вторая буква согласная)) \wedge предпоследняя буква согласная

- 1) ПЕТР 2) БОРИС 3) МАРИЯ 4) ОЛЬГА

15.6

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 42]$ и $Q = [22, 62]$.

Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [3, 14] 2) [23, 32] 3) [43, 54] 4) [15, 45]

15.7

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$.

Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 20] 2) [25, 35] 3) [40, 55] 4) [20, 40]

15.8

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [37; 60]$ и $Q = [40; 77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной x , то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

15.9

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 39 = 0 \vee (x \& 42 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

15.10

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится безостатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 25))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

15.11

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится безостатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 49) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 14))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

1.4. Моделирование

В задачах по этому разделу курса обычно требуется установить соответствие между разными видами представления данных, чаще всего – между таблицей и графом. При решении задач на эту тему необходимо уметь преобразовывать табличные модели (таблицы) в эквивалентные сетевые модели, представленные в виде схем. И, наоборот, по заданной схеме уметь строить эквивалентную табличную модель.

Задание 1

Пример 1

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

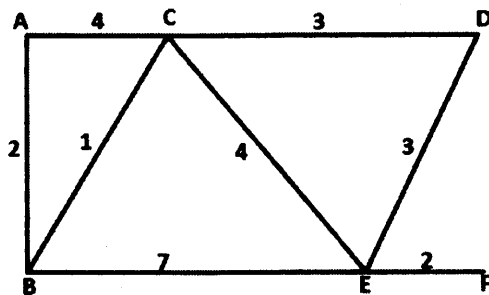
	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 9 2) 10 3) 11 4) 12

Решение:

Нарисуем схему, соответствующую таблице:



Рассмотрим возможные пути между конечными пунктами и их длины:

$$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F = 11;$$

$$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F = 10;$$

$$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F = 12;$$

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F = 9.$$

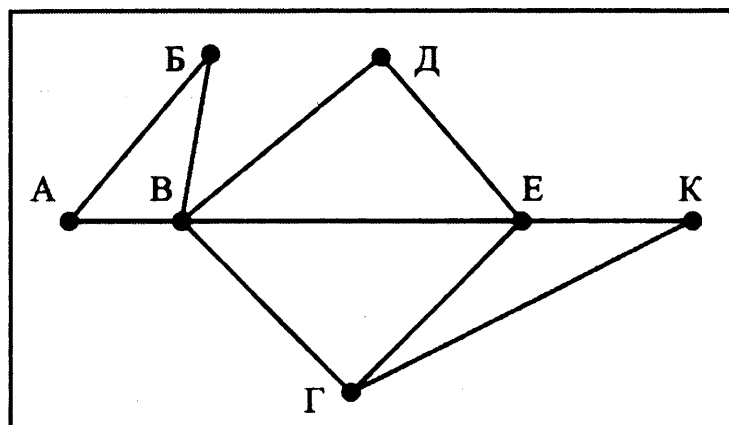
Остальные пути можно не рассматривать, т.к. их длина значительно больше, чем 9. Следовательно кратчайший путь равен 9 и пролегает по вершинам в таком порядке: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F$.

Ответ: 1

Пример 2

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1		45		10			
п2	45			40		55	
п3					15	60	
п4	10	40				20	35
п5			15			55	
п6		55	60	20	55		45
п7				35		45	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Е. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

Решение:

На рисунке из пункта В выходит 5 дорог, а из пункта Е – 4 дороги. Из других пунктов выходит либо 3 (пункт Г), либо 2 дороги. Таким образом пункту В на схеме соответствует П6 в таблице, а пункту Е на схеме П4 в таблице. Длина дороги между ними, согласно таблице, 20 км.

Ответ: 20

Задачи для самостоятельного решения

1.1

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		5	4			3
B	5		2			4
C	4	2		12		
D			12		4	
E				4		2
F	3	4			2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами С и D (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 10 2) 11 3) 12 4) 13

1.2

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		4		10	1	
B	4		4	8		1
C		4		5		
D	10	8	5			
E	1					1
F		1			1	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и D (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 10 2) 11 3) 12 4) 9

1.3

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A			5			
B			2	2		
C	5	2			7	3
D		2			1	
E			7	1		2
F			3		2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и E (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 10 2) 9 3) 8 4) 7

1.4

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		2		6		5
B	2		2	1		
C		2			5	
D	6	1			2	
E			5	2		5
F	5				5	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и E (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 6 2) 5 3) 8 4) 7

1.5

Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

	A	B	C	D	E	F
A		4				3
B	4		3		4	4
C		3		3	2	
D			3		4	
E		4	2	4		
F	3	4				

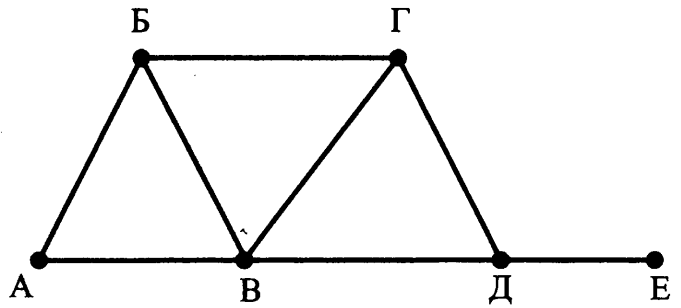
Определите длину кратчайшего пути между пунктами D и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

- 1) 12 2) 10 3) 13 4) 9

1.6

На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа; в таблице слева содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6
П1			17	11	14	12
П2						13
П3	17				19	
П4	11				10	6
П5	14		19	10		
П6	12	13		6		



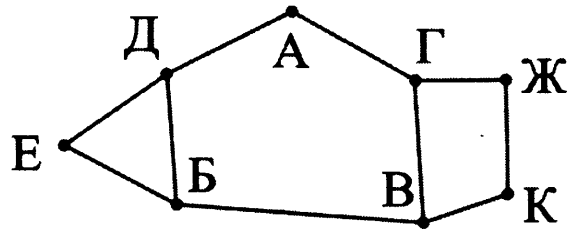
Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта В в пункт Г. В ответе запишите целое число – так, как оно указано в таблице.

1.7

В таблице содержатся сведения о дорогах между населёнными пунктами (звёздочка означает, что дорога между соответствующими городами есть).

На рисунке справа та же схема дорог изображена в виде графа.

		Номер пункта							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Номер пункта	1			*		*			*
	2							*	*
	3	*					*		
	4					*		*	
	5	*			*		*		
	6			*		*			
	7		*		*				*
	8	*	*					*	

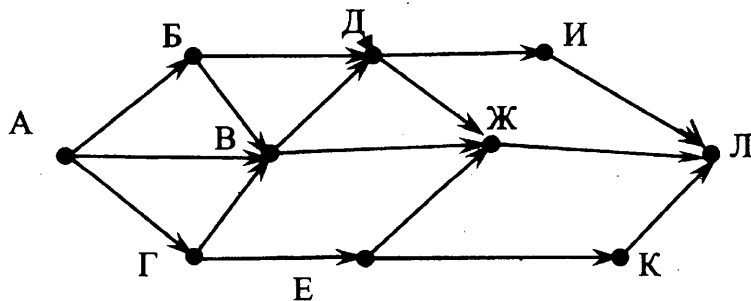


Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите номера населённых пунктов Е и В в таблице. В ответе напишите два числа без разделителей: сначала для пункта Е, затем для пункта В.

Задание 13

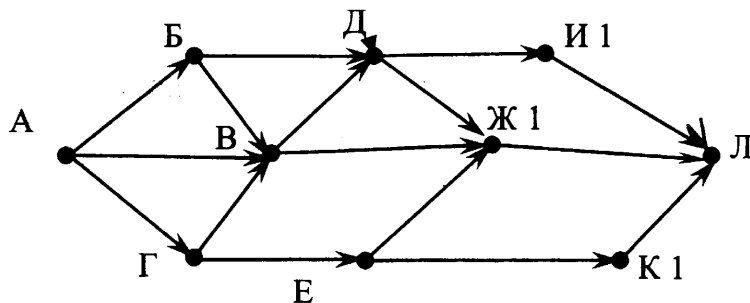
Пример

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?

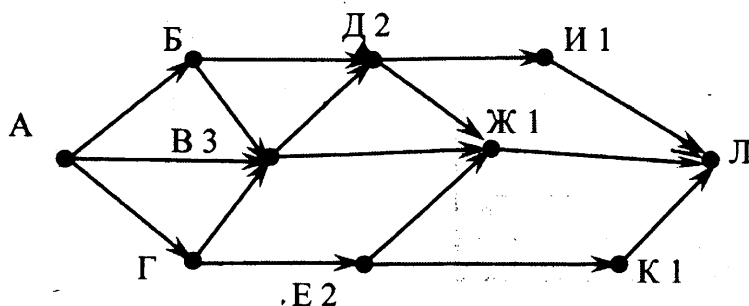


Решение:

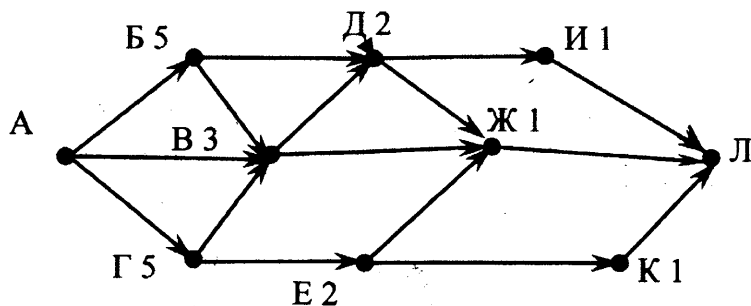
Это задача так называемого динамического программирования. Ключевая идея в динамическом программировании достаточно проста. Как правило, чтобы решить поставленную задачу, требуется решить отдельные части задачи (подзадачи), после чего объединить решения подзадач в одно общее решение. Часто многие из этих подзадач одинаковы. Подход динамического программирования состоит в том, чтобы решить каждую подзадачу только один раз, сократив тем самым количество вычислений. Это особенно полезно в случаях, когда число повторяющихся подзадач велико. В данном случае начнем решать задачу с конца – от города Л. Видно, что от городов И, Ж и К в Л можно попасть единственным путем. Напишем единичку возле названий этих городов:



Из города Д в направлении Л выходят две дороги – одна в И, другая в Ж. Из указанных городов путь в Л, как мы помним, единственный. Аналогично из Е в Л можно проехать тоже двумя путями через Ж и через К. В городе В путник может отправиться в Л напрямую через Ж (один путь) или через Д (два пути). Таким образом, общее количество путей из В в Л – три (2+1). Нарисуем это на схеме:



Продолжая этот метод, мы видим, что из Б в Л существуют 5 путей: два через Д и три через В. Аналогично для Г: 3 пути через В и 2 пути через Е, в сумме 5.

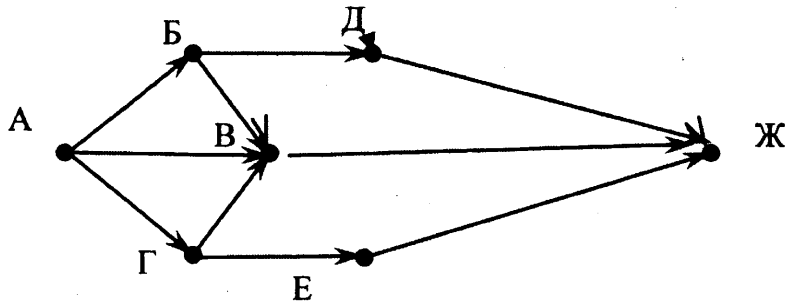


Таким образом, из А в Л можно попасть 13 путями: 5 через Б, 3 через В и 5 через Г.

Ответ: 13

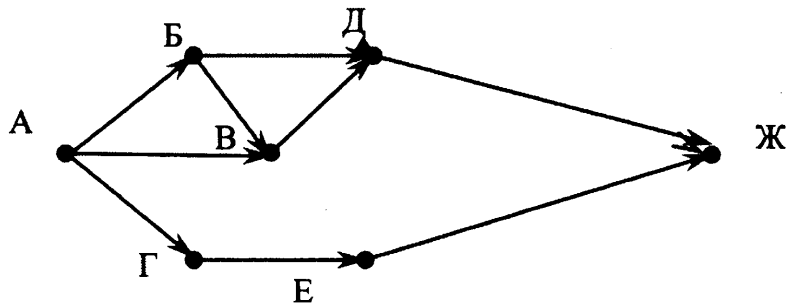
13.1

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



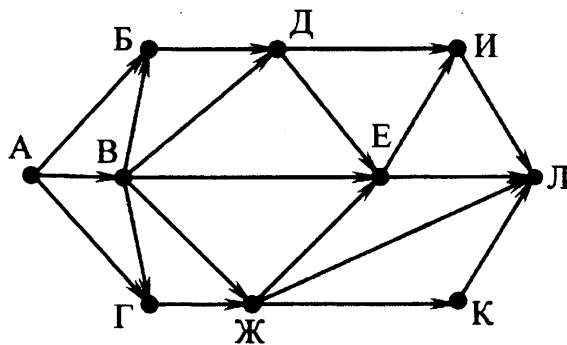
13.2

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



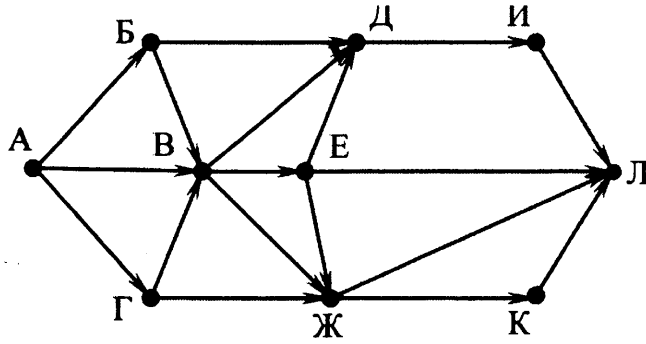
13.3

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



13.4

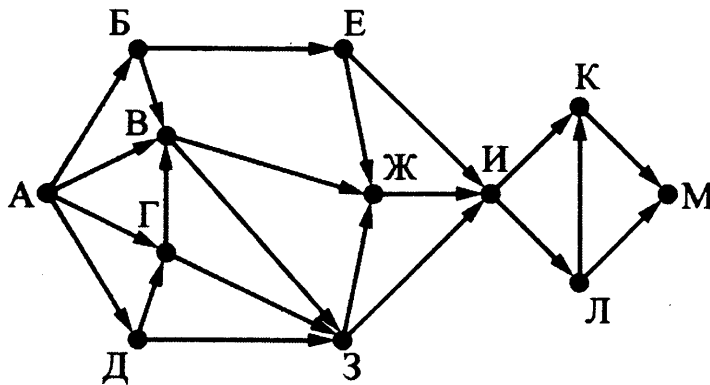
На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



13.5

На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

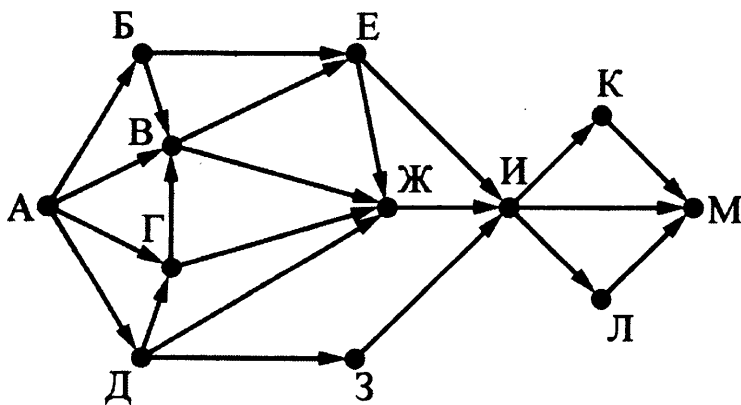
Какова длина самого длинного пути из города А в город М? Длиной пути считать количество дорог, составляющих этот путь.



13.6

На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Какова длина самого длинного пути из города А в город М? Длиной пути считать количество дорог, составляющих этот путь.



2. Алгоритмизация и программирование

2.1. Исполнение алгоритмов

В этом разделе рассматриваются задания ЕГЭ связанные как с непосредственным исполнением, так и с конструированием и анализом алгоритмов для различных исполнителей. Во многих заданиях ЕГЭ по этой теме в ходе решения необходимо провести анализ алгоритма, но вовсе не требуется его пошагового выполнения.

Задание 5

Пример 1

Автомат получает на вход два трехзначных числа. По этим числам строится новое число по следующим правилам.

Вычисляются три числа – сумма старших разрядов заданных трехзначных чисел, сумма средних разрядов этих чисел, сумма младших разрядов.

Полученные три числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходные трехзначные числа: 835, 196. Поразрядные суммы: 9, 12, 11.

Результат: 12119

Определите, какое из следующих чисел может быть результатом работы автомата.

- 1) 151303 2) 161410 3) 191615 4) 121613

Решение:

В задаче не требуется исполнение алгоритма, но необходимо сформулировать свойства возможного результата его работы, для того, чтобы выделить тот вариант ответа, который может являться результатом алгоритма.

В соответствии с условием, свойства допустимого результата следующие:

1. он состоит не менее, чем из трех, и не более, чем из шести цифр
2. его можно разбить ровно на три последовательно записанных числа, каждое из которых состоит из одной или двух цифр
 - 2.1. каждое из этих трех чисел больше или равно нулю (0+0), и меньше или равно 18 (9+9).
 - 2.2. двузначное число не может иметь ведущего нуля, т.е. запись типа 05 недопустима
 - 2.3. эти три двузначных числа записаны слева направо, в порядке убывания. Рассмотрим поочередно все варианты ответов:
 - 1) 151303 можно разбить на 3 группы, соблюдая условие 2, единственным образом: 15 13 03. При этом нарушается условие 2.2. Следовательно, этот вариант ответа не подходит.
 - 2) 161410 тоже разбивается единственным образом: 16 14 10 – все условия выполняются, вариант подходит.

Убедимся, что остальные варианты ответов не подходят

3) 191615 разбивается 19 16 15 – не подходит, т.к. 19 недопустимо (п. 2.1)

4) 121613 разбивается 12 16 13 – не подходит, т.к. числа неупорядочены.

Ответ: 2

Задание из демоверсии 2021 года

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .
2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:
 - а) складываются все цифры двоичной записи числа N , и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;
 - б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы её цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R .

Укажите такое наименьшее число N , для которого результат работы данного алгоритма больше числа 77. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Решение:

Запишем число 77 в двоичной системе: 100 1101. Оно не является результатом работы алгоритма, поскольку из двоичного числа 10011 должно было получиться 1001110. (Сначала была бы дописана единица, так как в исходном числе три единицы, а потом 0, так как на первом шаге получено число с 4 единицами). Число 100 1110₂ в десятичной системе записывается как 78. Это число на единицу больше числа 77. Оно получилось преобразованием по алгоритму двоичного числа 10011, то есть 19. Это и есть решение задачи.

Ответ: 19

5.1

Предлагается некоторая операция над двумя произвольными трёхзначными десятичными числами:

1. Записывается результат сложения значений старших разрядов заданных чисел.
2. К нему дописывается результат сложения значений средних разрядов этих чисел по такому правилу: если он меньше первой суммы, то второе полученное число приписывается к первому слева, иначе – справа.
3. Итоговое число получают приписыванием справа к полученному после второго шага числу суммы значений младших разрядов исходных чисел.

Определите, какое из предложенных чисел может быть результатом такой операции.

- 1) 131615
- 2) 151316
- 3) 151620
- 4) 131605

5.2

Цепочка из трех бусин, помеченных латинскими буквами, формируется по следующему правилу. В конце цепочки стоит одна из бусин А, В, С. На первом месте – одна из бусин В, D, С, которой нет на третьем месте. В середине – одна из бусин А, С, Е, В, не стоящая на первом месте. Какая из перечисленных цепочек создана по этому правилу?

- 1) СВВ
- 2) ЕАС
- 3) ВСD
- 4) ВСВ

5.3

Саша и Женя играют в такую игру. Саша пишет слово русского языка. Женя заменяет в нем каждую букву на другую букву так, чтобы были выполнены такие правила.

- 1) Гласная буква меняется на согласную, согласная – на гласную.
- 2) Количество букв в слове не изменяется.
- 3) В получившемся слове буквы следуют в алфавитном порядке.

Пример. Саша написала: ЖЕНЯ. Женя может написать, например, ЕНОТ или ЁЖИК. Но не может написать МАМА или ИВАН.

Для справки. В алфавите буквы идут в таком порядке:

АБВГДЕЁЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

Саша написала: КОТ.

Укажите, какое из следующих слов может написать Женя

- 1) АНЯ
- 2) ЁЛКА
- 3) ЖИР
- 4) ЭЛЯ

5.4

В некоторой информационной системе информация кодируется двоичными шестиразрядными словами. При передаче данных возможны их искажения, поэтому в конец каждого слова добавляется седьмой (контрольный) разряд таким образом, чтобы сумма разрядов нового слова, считая контрольный, была чётной. Например, к слову 110011 справа будет добавлен 0, а к слову 101100 – 1.

После приёма слова производится его обработка. При этом проверяется сумма его разрядов, включая контрольный. Если она нечётна, это означает, что при передаче этого слова произошёл сбой, и оно автоматически заменяется на зарезервированное слово 000000. Если она чётна, это означает, что сбоя не было или сбоев было больше одного. В этом случае принятое слово не изменяется.

Исходное сообщение

1000100 1111101 1101001

было принято в виде 1000101 1111101 1110001.

Как будет выглядеть принятое сообщение после обработки?

- 1) 0000000 1111101 0000000
- 2) 0000000 1111101 1110001
- 3) 1000101 1111101 0000000
- 4) 1000100 0000000 1101001

5.5

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа N .
- 2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу: если N чётное, в конец числа (справа) дописываются два нуля, в противном случае справа дописываются две единицы. Например, двоичная запись 1001 числа 9 будет преобразована в 100111.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью числа – результата работы данного алгоритма. Укажите максимальное число N , для которого результат работы алгоритма будет меньше 150. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

5.6

На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N .

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу: если N чётное, в конец числа (справа) дописываются два нуля, в противном случае справа дописываются две единицы. Например, двоичная запись 1001 числа 9 будет преобразована в 100111.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью числа – результата работы данного алгоритма.

Укажите максимальное число N , для которого результат работы алгоритма будет меньше 142. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Задача анализа алгоритма может предполагать как подсчет различных результатов исполнения алгоритма для различных исходных данных, так и подсчет количества различных алгоритмов приводящих исполнителя из исходного положения в искомое. Методы решения этих задач также могут существенно различаться. Решения также могут в некоторых случаях получаться методом устных рассуждений, а в некоторых случаях требуют кропотливых вычислений.

Задание 23

Пример 1

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 3,
2. вычти 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – уменьшает его на 2 (отрицательные числа допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 5 команд?

Решение:

В этой задаче также не требуется непосредственное исполнение алгоритма, но нужен его анализ. Заметим, что результат этого алгоритма зависит только от соотношения количества команд «**прибавь 3**» и «**вычти 2**». Так, например, если в программе три команды сложения и две команды вычитания, то результат будет один и тот же, независимо от порядка следования команд в программе. Поскольку количество команд в программе фиксировано, то можно считать, что результат однозначно определяется количеством команд одного вида, например, команд сложения (если в программе N_1 команд сложения, то команд вычитания не может быть иным, чем $N_2 = 5 - N_1$). Понятно, что в программе из пяти команд может присутствовать только 0, 1, 2, 3, 4 или 5 команд сложения, т.е. возможно всего шесть семейств программ, со своим результатом для каждого семейства.

Ответ: 6

Пример 2

У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. умножь на 2.

Первая из них увеличивает на 1 число на экране, вторая удваивает его. Программа для Удвоителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 3 преобразуют в число 23?

Решение:

Эту задачу можно решить с помощью следующих рассуждений:

Числа 4 и 5 можно получить из числа 3 с помощью Удвоителя единственным образом: прибавляя 1 к предыдущему числу. Число 6 двумя способами: прибавив 1 к числу 5 и удвоив число 3. Число 7 получается из числа 6 единственным способом: прибавлением единицы, а из числа 3 – двумя способами, так как число 6 можно получить также двумя способами. (Запишем для наглядности программы получения числа 7 из числа 3: **1111** и **21**.) Число 8 можно получить уже тремя способами: прибавив 1 к числу 7 или удвоив число 4, получаемое из 3 единственным образом – прибавлением единицы. Аналогично число 9 получается тем же числом способов, что и число 8 (три способа).

Обобщив эти наблюдения, сделаем вывод: четное число получается, начиная с числа 6, либо прибавлением единицы к предшествующему числу, либо удвоением числа вдвое меньшего. При этом количество способов получения этого числа суммируется. Следующее за ним нечетное число получается из предшествующего прибавлением единицы, поэтому количество способов получения у нечетного числа и предшествующего ему четного совпадают.

Построим таблицу, в которой в первом ряду напишем числа, а во втором ряду – количество способов их получения из числа 3 с помощью Удвоителя.

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	2	2	3	3	4	4	6	6	8	8	11	11	14	14	18	18	22	22

Видно, что число 23 получается из числа 22 прибавлением единицы, а вот число 22 может быть получено 22 способами: прибавлением единицы к числу 21, получаемому 18 способами или удвоением числа 11, получаемого 4 способами. Таким образом, число 23 получается из числа 3 с помощью 22 различных программ для Удвоителя.

Следует обратить внимание, что эта задача никоим образом не предполагает выписывания всех этих 22 программ (и, тем более, доказывания, что все остальные программы не приводят к искомому результату).

Ответ: 22

Задачи для самостоятельного решения

23.1

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 6,
2. вычти 5.

Первая из них увеличивает число на экране на 6, вторая – уменьшает его на 5 (отрицательные числа допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

23.2

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 6,
2. вычти 5.

Первая из них увеличивает число на экране на 6, вторая – уменьшает его на 5 (отрицательные числа не допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 0 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

23.3

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 6,
2. вычти 6.

Первая из них увеличивает число на экране на 6, вторая – уменьшает его на 6 (отрицательные числа допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 8 команд?

23.4

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 6,
2. вычти 6.

Первая из них увеличивает число на экране на 6, вторая – уменьшает его на 6 (отрицательные числа не допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 3 с помощью программы, которая содержит ровно 8 команд?

Одно время подобное задание было во втором разделе экзаменационной работе и требовало развернутый ответ. Тогда надо было не только вычислить количество программ, но и обосновать это с помощью рассуждений. Уже давно это задание снова стоит в первой части, а, начиная с 2021 года, заданий с развернутым ответом вообще нет. Тем не менее, умение объяснить полученное число программ может оказаться очень полезным. Рассмотрим эти объяснения еще на двух примерах.

Пример 3

У исполнителя Утроитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – утраивает его. Программа для Утроителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 29? Ответ обоснуйте.

Решение:

Способ 1.

Обозначим $R(n)$ – количество программ, которые преобразуют число 1 в число n . Обозначим $t(n)$ наибольшее кратное трем, не превосходящее n .

Обе команды исполнителя увеличивают исходное число, поэтому общее количество команд в программе не может превосходить 28.

Верны следующие соотношения:

Если n не делится на 3, то тогда $R(n) = R(t(n))$, так как существует единственный способ получения n из $t(n)$ – прибавлением единиц.

Пусть n делится на 3. Тогда $R(n) = R(n/3) + R(n-1) = R(n/3) + R(n-3)$ (если $n > 3$). При $n=3$ $R(n) = 2$ (два способа: прибавлением двух единиц или однократным умножением на 3). Поэтому достаточно последовательно вычислить значения $R(n)$ для всех чисел, кратных трем и не превосходящих 29. Имеем:

$$R(2)=1$$

$$R(3) = 2 = R(4)=R(5)$$

$$R(6) = R(2)+R(3) = 1+2 = 3 = R(7)=R(8)$$

$$R(9) = R(3)+R(6) = 2+3 = 5 = R(10)=R(11)$$

$$R(12) = R(4)+R(9) = 2+5 = 7 = R(13)=R(14) \quad R(15) = R(5)+R(12) = 2+7 = 9 = R(16)=R(17)$$

$$R(18) = R(6)+R(15) = 3+9 = 12 = R(19)=R(20) \quad R(21) = R(7)+R(18) = 3+12 = 15 = R(22)=R(23)$$

$$R(24) = R(8)+R(21) = 3+ 15 = 18 = R(25)=R(26) \quad R(27) = R(9)+R(24) = 5 + 18 = 23 = R(28)=R(29)$$

Ответ: 23

Способ 2.

Будем решать поставленную задачу последовательно для чисел 1, 2, 3, ..., 29 (то есть для каждого из чисел определим, сколько программ исполнителя существует для его получения). Количество программ, которые преобразуют число 1 в число n , будем обозначать через $R(n)$. Число 1 у нас уже есть, значит, его можно получить с помощью “пустой” программы. Любая непустая программа увеличит исходное число, т.е. даст число, больше 1. Значит, $R(1) = 1$. Для каждого следующего числа рассмотрим, из какого числа оно может быть получено за одну команду исполнителя. Если число не делится на три, то оно может быть получено только из предыдущего с помощью команды **прибавь 1**. Значит, количество искомых программ для такого числа равно количеству программ для предыдущего числа: $R(i) = R(i-1)$. Если число на 3 делится, то вариантов последней команды два: **прибавь 1** и **умножь на 3**, тогда $R(i) = R(i-1) + R(i/3)$. Заполним соответствующую таблицу по приведенным формулам слева направо:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2	2	2	3	3	3	5	5	5	7	7	7	9
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
9	9	12	12	12	15	15	15	18	18	18	23	23	23	

При этом ячейки, относящиеся к числам, которые не делятся на 3, можно в решении и опустить (за исключением первого и последнего чисел):

1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	28	29
1	2	3	5	7	9	12	15	18	23	23	23

Ответ: 23

Эту задачу можно решить, построив дерево (древовидный граф), дуги которого соответствуют операциям добавления единицы или утроения, а вершины – результатам вычислений.

Поскольку дерево для приведенной выше задачи занимает на странице много места, для иллюстрации этого способа, приведем решение аналогичной задачи с более компактным деревом.

Пример 4

У исполнителя Утроитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,

2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – утраивает его. Программа для Утроителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 3 преобразуют в число 16? Ответ обоснуйте.

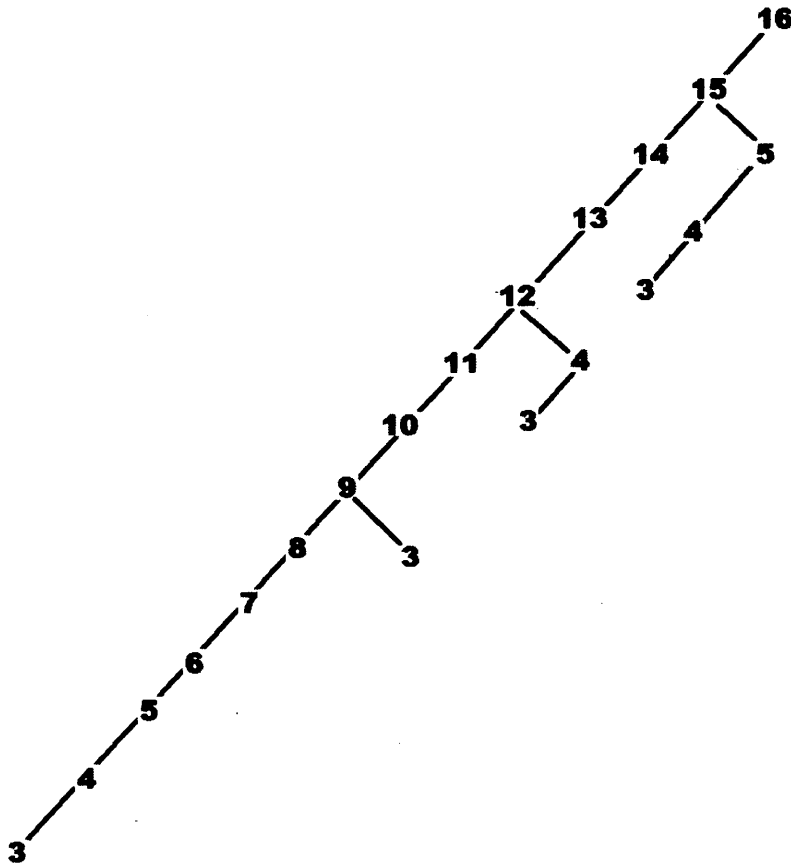
Решение:

Любое целое число большее 3 может быть получено данным исполнителем одним из двух способов:

- 1) добавлением единицы (так можно получить любое число)
- 2) умножением на 3 (так можно получить только число, кратное 3). Построим бинарное (двоичное) дерево со следующими свойствами:

- в корне дерева поместим искомый результат – 16;
- левый потомок для каждой вершины либо отсутствует, либо вершина получается из него добавлением единицы;
- правый потомок для каждой вершины либо отсутствует, либо вершина получается из него умножением на 3;

Другими словами, левая ссылка соответствует вычитанию из значения вершины единицы, а правая – делению на 3 (возможно только для чисел, кратных 3 и больших 6).



Каждый путь от вершины со значением 3 к корню дерева соответствует одной программе Утроителя получения из числа 3 числа 16. Таких путей 4. Следовательно,

Ответ: 4

В качестве упражнения предлагается самостоятельно решить эту задачу двумя приведенными выше способами, а также построить двоичное дерево для задачи из демоверсии.

Задачи для самостоятельного решения

23.5

У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. умножь на 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая удваивает его. Программа для Удвоителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 22?

23.6

У исполнителя Прибавитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. увеличь старшую цифру числа на 1.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает на 1 старшую (левую) цифру числа, например число 23 с помощью такой команды превратится в число 33. Если старшая цифра числа равна 9, то вторая команда оставляет это число неизменным. Программа для Прибавителя – это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 15 преобразуют в число 38?

23.7

Исполнитель Май4 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1
2. Прибавь 2
3. Прибавь 4

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает это число на 2, а третья – на 4. Программа для исполнителя Май4 – это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 21 преобразуют в число 30?

23.8

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2
2. умножь на 3

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая – утраивает его. Программа для Калькулятора – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 31?

23.9

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 3
2. умножь на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – удваивает его. Программа для Калькулятора – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 31?

23.10

У исполнителя Квадратор две команды, которым присвоены номера:

1. возведи в квадрат,
2. прибавь 1.

Первая из них возводит число на экране в квадрат, вторая – увеличивает его на 1. Программа для Квадратора – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 100?

23.11

У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 3
2. умножь на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – удваивает его. Программа для Удвоителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 4 преобразуют в число 43?

23.12

У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1
2. умножь на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – удваивает его. Программа для Удвоителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 25?

23.13

У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2
2. умножь на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая – удваивает его. Программа для Удвоителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 28?

23.14

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 3
2. умножь на 3

Первая из них увеличивает число на экране на 3, вторая – утраивает его. Программа для Калькулятора – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 3 преобразуют в число 119? Ответ обоснуйте.

23.15

Исполнитель ХХ преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 2.

Программа для исполнителя ХХ – это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые исходное число 3 преобразуют в число 14, и при этом траектория вычислений программы содержит число 10? Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 18.

2.2. Анализ дерева игры и обоснование выигрышной стратегии

В демоверсии 2021 года задание с развернутым ответом прежних лет № 26 превратилось в три последовательных задания 19, 20 и 21, каждое из которых приносит экзаменуемому 1 балл. В задании 19 описываются правила игры, а затем анализируются позиции, в которых выигрышную стратегию имеет тот или иной игрок. Далее рассмотрим несколько игр и возможные для них задания 19, 20 и 21.

Пример 1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 22 и более камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 21$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Задание 19. Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 20. Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Запишите значения в порядке возрастания.

Задание 21. Укажите значение S , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 19

Решение:

Петя может выиграть первым ходом, если $S = 11, \dots, 21$. Во всех этих случаях достаточно удвоить количество камней. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой больше 21 камня.

В свою очередь Ваня может выиграть своим первым ходом (как бы ни играл Петя), если исходно в куче будет $S = 10$ камней. Тогда после первого хода Пети в куче будет 11 или 20 камней. В обоих случаях Ваня удваивает количество камней и выигрывает в один ход.

Ответ: 10

Задание 20

Решение:

Возможные значения S : 5 и 9. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако он может получить кучу из 10 камней: в первом случае удвоением, во втором добавлением одного камня. Эта позиция разобрана в задании 19. В ней игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выиграть не может, а его противник (то есть Петя) следующим ходом выигрывает.

Ответ: 5, 9

Задание 21

Решение:

Возможное значение S : 8. После первого хода Пети в куче будет 9 или 16 камней. Если в куче станет 16 камней, Ваня удвоит количество камней и выигрывает первым ходом. Ситуация, когда в куче 9 камней, уже разобрана в задании 20. В этой ситуации игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выигрывает своим вторым ходом.

Ответ: 8

Пример 2

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может до-

бавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 34$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Задание 19

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 20

Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Запишите значения в порядке возрастания.

Задание 21

Укажите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 19

Решение:

Петя может выиграть, удвоив количество камней в куче, если $S = 18, \dots, 34$. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой не менее 35 камней. В свою очередь Ваня может выиграть первым ходом (как бы ни играл Петя), если исходно в куче будет 17 камней. Тогда после первого хода Пети в куче будет 18, 20 камней или 34 камня. Во всех случаях Ваня удваивает количество камней и выигрывает в один ход.

Ответ: 17

Задание 20

Решение:

Возможные значения S : 14, 16. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако он может получить кучу из 17 камней. Эта позиция разобрана задании 19. В ней игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выиграть не может, а его противник (т.е. Петя) следующим ходом выигрывает.

Ответ: 14, 16

Задание 21

Решение:

Минимальное значение $S = 13$. После первого хода Пети в куче будет 14, 16 или 26 камней. Если в куче станет 26 камней, Ваня удвоит количество камней и выиграет первым ходом. Ситуация, когда в куче 14 или 16 камней, разобрана в задании 20. В этой ситуации игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выигрывает своим вторым ходом.

Ответ: 13

Задачи для самостоятельного решения

Игра 1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 39 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 38$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

19.1

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20.1

Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Запишите значения в порядке возрастания.

21.1

Укажите значение S , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Игра 2

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 43$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

19.2

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20.2

Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Запишите значения в порядке возрастания.

21.2

Укажите значение S , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Игра 3

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 30$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

19.3

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

20.3

Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Запишите значения в порядке возрастания.

21.3

Укажите значение S , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 12 проверяет умение исполнить алгоритм для конкретного исполнителя с фиксированным набором команд. Необходимо оценить результат исполнения алгоритма для различных наборов исходных данных. В некоторых случаях количество исходных наборов конечно и невелико, что позволяет решить задание «в лоб», простым перебором. В других случаях простым перебором задача не решается. Однако для любого задания этого типа существует непереборное решение, резко сокращающее количество исполнений алгоритма.

Пример 1

Система команд исполнителя РОБОТ, «живущего» в прямоугольном лабиринте на клетчатой плоскости:

вверх	вниз	влево	вправо
--------------	-------------	--------------	---------------

При выполнении любой из этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: вверх ↑, вниз ↓, влево ←, вправо →.

Четыре команды проверяют истинность условия отсутствия стены у каждой стороны той клетки, где находится РОБОТ:

сверху свободно	снизу свободно	слева свободно	справа свободно
------------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------

Цикл

ПОКА < условие > команда

выполняется, пока условие истинно, иначе происходит переход на следующую строку. Если РОБОТ начнет движение в сторону стены, то он разрушится и программа прервется. Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

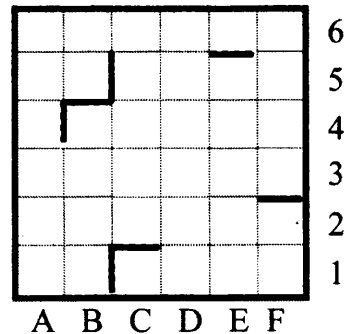
ПОКА < сверху свободно > вправо

ПОКА < справа свободно > вниз

ПОКА < снизу свободно > влево

ПОКА < слева свободно > вверх

КОНЕЦ



Решение:

Рассмотрим первый цикл: ПОКА < сверху свободно > вправо. Чтобы Робот не разрушился, необходимо чтобы он начинал путь из клетки с верхней стеной (тогда цикл не выполнится ни разу), либо, чтобы он дошел до такой клетки на своем пути вправо.

Этому требованию удовлетворяют клетки A2–F2, A6–F6, B4, C1,. Если Робот начнет двигаться из одной из клеток A2–F2, то цикл закончится в клетке F2. Если из C5–E5, то цикл закончится в E5. Если из A6–F6, B4, или C1, то цикл не выполнится ни разу и Робот останется на месте. Итак, возможные конечные клетки первого цикла: F2, E5, A6–F6, B4, C1.

Рассмотрим второй цикл: ПОКА < справа свободно > вниз. Чтобы Робот не разрушился, необходимо чтобы он начинал выполнение этого цикла из клетки с правой стеной (тогда цикл не выполнится ни разу), либо, чтобы он дошел до такой клетки на своем пути вниз.

Из уже отобранных конечных клеток первого цикла, этому требованию удовлетворяют клетки A6, B6, F2, F6 и B4. При этом цикл закончится в клетках A4, B5, F2, F6 и B1 соответственно.

Итак, возможные маршруты первых двух циклов 1) A6 → A6 → A4

2) B6 → B6 → B5

3) F2 → F2 → F2

4) F6 → F6 → F6

5) B4 → B4 → B1

Выясним, куда приведет Робота третий цикл: ПОКА < снизу свободно > влево.

1) A6 → A6 → A4 → разрушение 2) B6 → B6 → B5 → B5

3) F2 → F2 → F2 → разрушение 4) F6 → F6 → F6 → E6

5) B4 → B4 → B1 → B1

Выясним, куда приведет Робота последний четвертый цикл: ПОКА < слева свободно > вверх.

1) B6 → B6 → B5 → B5 → разрушение

2) F6 → F6 → F6 → E6 → разрушение

3) B4 → B4 → B1 → B1 → B4 – соответствует условию задачи.

Итак, мы нашли одну клетку, которая одновременно является начальной и конечной, показали, что других таких клеток нет.

Ответ: 1

Пример 2

Исполнитель Чертежник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертежник может выполнять команду **сместиться на (a, b)** , где a, b – целые числа. Эта команда перемещает Чертежника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a; y + b)$.

Например, если Чертежник находится в точке с координатами $(4, 2)$, то команда **сместиться на $(2, -3)$** переместит Чертежника в точку $(6, -1)$.

Цикл

ПОВТОРИ число РАЗ последовательность команд КОНЕЦ ПОВТОРИ

означает, что *последовательность команд* будет выполнена указанное число раз (число должно быть натуральным).

Чертежнику был дан для исполнения следующий алгоритм (буквами n, a, b обозначены неизвестные числа, при этом $n > 1$):

НАЧАЛО

сместиться на $(-3, -3)$

ПОВТОРИ n РАЗ

сместиться на (a, b) сместиться на $(27, 12)$ КОНЕЦ ПОВТОРИ

сместиться на $(-22, -7)$

КОНЕЦ

Укажите наименьшее возможное значение числа n , для которого найдутся такие значения чисел a и b , что после выполнения программы Чертежник возвратится в исходную точку.

Решение:

По условию задачи Чертежник возвращается в ту же точку, из которой начал движение. Две команды исполняются им однократно: **сместиться на $(-3, -3)$** и **сместиться на $(-22, -7)$** , а две команды; **сместиться на (a, b)** , **сместиться на $(27, 12)$** – исполняются n раз. Возвращение в ту же точку означает итоговое смещение на $(0,0)$. Тем самым должна выполняться система уравнений:

$$-3+n(a+27) - 22 = 0$$

$$-3+n(b+12) - 7 = 0$$

Выделив n , получаем:

$$n = 25 / (a + 27)$$

$$n = 10 / (b + 12)$$

Понятно, что если a и b – целые, то минимальное $n > 1$ будет равно 5 (наименьший общий делитель чисел 10 и 25). В этом случае $a = -22, b = -10$. Весь алгоритм примет вид:

НАЧАЛО

сместиться на (-3, -3)

ПОВТОРИ 5 РАЗ

сместиться на (-22, -10)

сместиться на (27, 12)

КОНЕЦ ПОВТОРИ

сместиться на (-22, -7)

КОНЕЦ

Проверим наше решение формальным исполнением этого алгоритма. Чертежник вернулся в ту же точку, в которой начал исполнение алгоритма.

Ответ: 5

Пример 3

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v , w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w .

Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v , w) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

ТО *команда1*

ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 68 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (222) ИЛИ **нашлось** (888)

ЕСЛИ **нашлось** (222)

ТО **заменить** (222, 8)

ИНАЧЕ **заменить** (888, 2) КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Решение:

В соответствии с описанием исполнителя, Редактор при каждом повторении цикла начинает поиск нужного фрагмента с начала строки. Поскольку сначала строка состояла только из символов «8», Редактор заменяет тройки восьмерок на одну двойку. Как только в строке появляется тройка двоек (то есть после замены трех троек восьмерок), Редактор заменяет ее на восьмерку.

Таким образом, Редактор заменяет 9 восьмерок на одну, а 63 восьмерки он заменит на 7 восьмерок. В строке останется 12 восьмерок и 9 из них редактор заменит на одну. Останется 4 восьмерки, первые 3 из которых Редактор заменит на одну 2. Итак строка в конце исполнения алгоритма будет состоять из двух символов: «28».

Ответ: 28

Задачи для самостоятельного решения

12.1

Для заданий 12.1-12.5 система команд РОБОТА такая же, как и в разобранный выше примере 1.

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

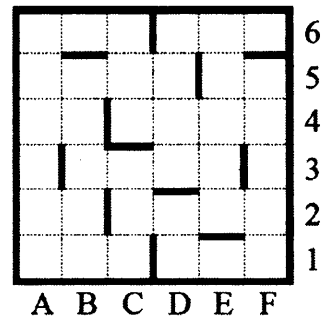
ПОКА < слева свободно > влево

ПОКА < снизу свободно > вниз

ПОКА < справа свободно > вправо

ПОКА < сверху свободно > вверх

КОНЕЦ



- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

12.2

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

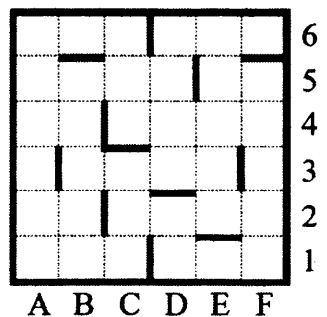
ПОКА < справа свободно > вниз

ПОКА < снизу свободно > влево

ПОКА < слева свободно > вверх

ПОКА < сверху свободно > вправо

КОНЕЦ



- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 0

12.3

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

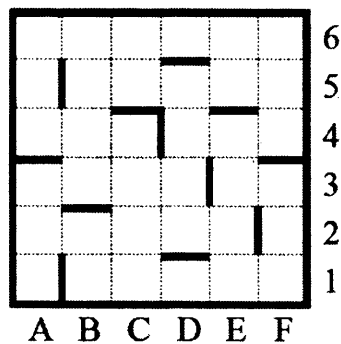
ПОКА < снизу свободно > вниз

ПОКА < слева свободно > влево

ПОКА < сверху свободно > вверх

ПОКА < справа свободно > вправо

КОНЕЦ



- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 0

12.4

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

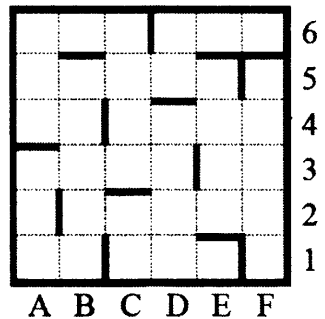
ПОКА < справа свободно > вправо

ПОКА < сверху свободно > вверх

ПОКА < слева свободно > влево

ПОКА < снизу свободно > вниз

КОНЕЦ



- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

12.5

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в той же клетке, с которой он начал движение?

НАЧАЛО

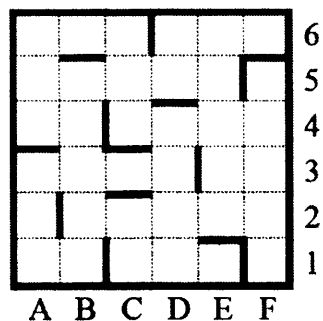
ПОКА < сверху свободно > вправо

ПОКА < справа свободно > вниз

ПОКА < снизу свободно > влево

ПОКА < слева свободно > вверх

КОНЕЦ



- 1) 1 2) 2 3) 5 4) 0

12.6

Система команд исполнителя РОБОТ, «живущего» в прямоугольном лабиринте на клетчатой плоскости, включает в себя 4 команды-приказа и 4 команды проверки условия. Команды-приказы:

вверх	вниз	влево	вправо
--------------	-------------	--------------	---------------

При выполнении любой из этих команд РОБОТ перемещается на одну клетку соответственно: вверх ↑, вниз ↓, влево ←, вправо →.

Если РОБОТ начнёт движение в сторону находящейся рядом с ним стены, то он разрушится, и программа прервётся.

Другие 4 команды проверяют истинность условия отсутствия стены у каждой стороны той клетки, где находится РОБОТ:

сверху свободно	снизу свободно	слева свободно	справа свободно
------------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------

Цикл

ПОКА *условие* *последовательность команд* КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно. В конструкции

ЕСЛИ *условие*

 ТО *команда1*

 ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, начав движение в ней и выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в закрашенной клетке (клетка А6)?

НАЧАЛО

ПОКА **снизу свободно** ИЛИ **слева свободно**

ЕСЛИ **снизу свободно**

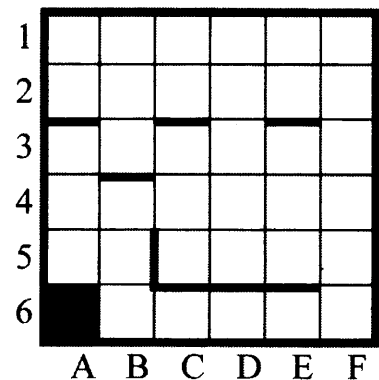
 ТО **вниз**

 ИНАЧЕ **влево**

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ



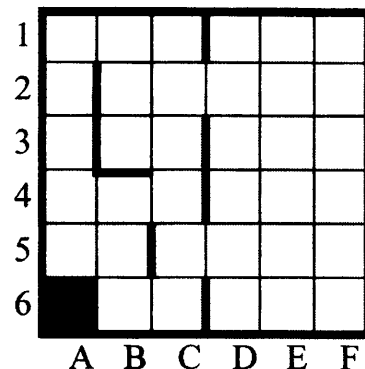
- 1) 15 2) 21 3) 23 4) 27

12.7

Для задания 12.7 система команд РОБОТА такая же, как и в задании 12.6.

Сколько клеток лабиринта соответствуют требованию, что, начав движение в ней и выполнив предложенную программу, РОБОТ уцелеет и остановится в закрашенной клетке (клетка А6)?

НАЧАЛО
 ПОКА слева свободно ИЛИ снизу свободно
 ЕСЛИ слева свободно
 ТО влево
 ИНАЧЕ вниз
 КОНЕЦ ЕСЛИ
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ



- 1) 14 2) 18 3) 23 4) 27

12.8

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w .

Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды

заменить (v, w) не меняет эту строку. Б) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*
 последовательность команд
 КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
 ИНАЧЕ *команда2*
 КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 69 идущих подряд цифр 6? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (5555) ИЛИ **нашлось** (6666)

 ЕСЛИ **нашлось** (5555)

 ТО **заменить** (5555, 66)

 ИНАЧЕ **заменить** (6666, 55)

 КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1) заменить (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w .

Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

2) нашлось (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*
последовательность команд
 КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
 КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно).

В конструкции

ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
 ИНАЧЕ *команда2*
 КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 83 идущих подряд цифр 1? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (11111) ИЛИ **нашлось** (888)

ЕСЛИ **нашлось** (11111)

ТО **заменить** (11111, 88)

ИНАЧЕ **заменить** (888, 8)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

12.10

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1) **заменить** (v , w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v , w) не меняет эту строку.

2) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*
 последовательность команд
КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно).

В конструкции

ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
 ИНАЧЕ *команда2*
КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 100 идущих подряд цифр 1? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (111) ИЛИ **нашлось** (88888)

 ЕСЛИ **нашлось** (111)

 ТО **заменить** (111, 88)

 ИНАЧЕ **заменить** (88888, 8)

 КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Задание 16 повышенного уровня сложности проверяет умение записать и исполнить рекурсивный вычислительный алгоритм, заданный в виде рекуррентных соотношений. Рекурсивным называется алгоритм, вызывающий в процессе исполнения сам себя, а рекуррентное соотношение – это запись, позволяющая вычислить следующее значение последовательности через значения предыдущих. Для того, чтобы рекурсивный алгоритм имел завершение, требуется, чтобы его параметр изменялся в процессе исполнения и чтобы было явно написано условие завершения рекурсии. В рекуррентном соотношении обязательным является указание значения для первого (начального) элемента последовательности. Задание выполняется на компьютере либо посредством написания рекурсивного алгоритма в одной из систем программирования, либо организацией цепочных вычислений в электронных таблицах.

Пример 1

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) \times n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$?

В ответе запишите только натуральное число.

Решение:

Запишем значение функции F для первых пяти натуральных чисел: $F(1) = 1$

$$F(2) = 1 \times 2 = 2$$

$$F(3) = 2 \times 3 = 6$$

$$F(4) = 6 \times 4 = 24$$

$$F(5) = 24 \times 5 = 120$$

Нетрудно заметить, что $F(n) = 1 \times 2 \times \dots \times n = n!$

Ответ: 120

Пример задания 16 из демоверсии 2021 года

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = n + F(n - 1), \text{ если } n - \text{ чётно,}$$

$$F(n) = 2 \times F(n - 2), \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n - \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(17)$? *В ответе запишите только натуральное число.*

Решение:

Можно было бы решать задание без использования компьютера, как в прошлом примере:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 2 + 1 = 3$$

$$F(3) = 2 \times 1 = 2$$

$$F(4) = 4 + 2 = 6$$

$$F(5) = 2 \times 2 = 4$$

...

Но выписывать все 17 строк затруднительно, тем более, если бы надо было написать не 17, а 117 или 250 строк.

Поэтому можно либо воспользоваться электронными таблицами, либо составить программу.

Способ 1. Вычисление в электронных таблицах

Следует создать заготовку электронной таблицы следующего вида:

n	$F(n)$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	

В первом столбце стоят натуральные значения аргументов, во втором столбце будут стоять значения функции.

Теперь следует начать заполнять второй столбец. Значение $F(1) = 1$ по условию. Ставим в соответствующую ячейку 1.

Для четных значений n согласно условию $F(n) = n + F(n - 1)$. То есть для того, чтобы вычислить это значение, надо сложить значение в соседней ячейке слева и соседней ячейке сверху. Для ячейки B3 формула примет вид $=A3+B2$.

	A	B	C
1	n	$F(n)$	
2	1	1	
3	2	$=A3+B2$	
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12	11		
13	12		
14	13		
15	14		
16	15		
17	16		
18	17		
19			

В результате выполнения вычисления в ячейке появится значение 3.

Теперь запишем формулу для F (3). Для нечетных значений n больших единицы согласно условию $F(n) = 2 \times F(n - 2)$. Для ячейки B4 формула примет вид =2*B2.

	A	B	C
1	n	$F(n)$	
2	1	1	
3	2	3	
4	3	=2*B2	
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12	11		
13	12		
14	13		
15	14		
16	15		
17	16		
18	17		
19			

Теперь скопируем эти две формулы в следующие пары ячеек. Для этого в Microsoft Excel достаточно выделить эти две заполненные нами ячейки и, подведя мышь к правому нижнему краю выделенного диапазона (след от мыши при этом изменится на маленький крестик), растянуть диапазон на весь фрагмент таблицы, требующий заполнения. Диапазон заполнится значениями.

	A	B	C
1	n	$F(n)$	
2	1	1	
3	2	3	
4	3	2	
5	4	6	
6	5	4	
7	6	10	
8	7	8	
9	8	16	
10	9	16	
11	10	26	
12	11	32	
13	12	44	
14	13	64	
15	14	78	
16	15	128	
17	16	144	
18	17	256	
19			
20			

Видно, что вычисленные нами вручную значения первых пяти строк совпадают с тем, что вычислил компьютер. Более того, таблица проиллюстрирует нам закономерность: для нечетных значений аргументов функция имеет вид $F(n) = 2^{(n-1)/2}$, а для четных $F(n) = 2^{(n-2)/2} + n$. Проверим себя и вычислим $F(26) = 2^{12} + 26 = 4096 + 26 = 4122$. Так что для решения этой задачи использовать компьютер в принципе необязательно.

Способ 2. Вычисление с помощью рекурсивной функции

Если не хочется использовать электронные таблицы, то можно составить программу в любой среде программирования, поддерживающей рекурсивные вычисления. Например, напишем программу на Алгоритмическом языке в среде Кумир:

```

алг цел F (цел n)
  нач
    если n > 1
      то если mod (n, 2) = 0
        то
          знач := n + F(n-1)
        иначе
          знач := 2 * F(n-2)
      все
    иначе
      знач := 1
  все
кон

```

Мы расписали в этой программе все условия, по которым вычисляется эта функция для натуральных аргументов. Согласно правилам Алгоритмического языка знач – это служебная переменная, в которой хранится значение вычисляемой функции. Проверка четности выполняется с помощью сравнения остатка от деления числа на 2 с нулем. Программа рекурсивная (то есть функция обращается к себе самой), завершение программы обеспечивается тем, что при следующем вызове значение аргумента уменьшается, а рекурсия завершается, когда аргумент равен единице или меньше. При этом для любого аргумента значение функции существует. (По условию аргументы натуральные, но данная программа работает и для неположительных значений целых аргументов, выдавая в этом случае значение 1).

Ответ: 256

Все последующие задания рекомендуется решать одним из указанных выше способов. При этом в формулировке задания требуется найти три значения для трех аргументов, первое из которых позволяет ручное вычисление, а два других ориентированы на использование компьютера при решении. В КИМ ЕГЭ это задание будет требовать вычисления функции для одного аргумента, достаточно большого, чтобы ручное выполнение было затруднительным.

Задачи для самостоятельного решения

6.1

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 2 \times F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(7)$, $F(12)$, $F(17)$?

В ответе запишите только натуральное число.

16.2

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 3 \times F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(5)$, $F(10)$, $F(15)$?

В ответе запишите только натуральное число.

16.3

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 3 \times F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(6)$, $F(12)$, $F(18)$?

В ответе запишите только натуральное число.

16.4

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 1 \text{ при } n \leq 2;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 2 \times F(n - 2) \text{ при } n > 2.$$

Чему равно значение функции $F(4)$, $F(9)$, $F(14)$?

В ответе запишите только натуральное число.

Задание 22 повышенного уровня сложности проверяет умение анализировать вычислительный алгоритм, содержащий ветвление и цикл. Фактически проверяется узнавать по определенным признакам тип алгоритма из числа изученных в школе стандартных алгоритмов, анализируя запись этого алгоритма на языке программирования. Это одно из двух оставшихся в КИМ ЕГЭ заданий, содержащих программный код на языках программирования. Это задание не новое, но его выполнение вызывает у многих участников экзамена определенные затруднения, поэтому при подготовке к экзамену ему следует уделить повышенное внимание. Особенностью данного задания является то, что в нем не задаются конкретные входные данные (значение x), поэтому найти ответ непосредственным исполнением программы затруднительно. Для решения задач надо знать алгоритмы из списка, приведенного в кодификаторе содержания экзамена и в большом количестве заданий также крайне необходимо понимать смысл арифметических операций над целыми числами mod (в C++ и Python обозначается $\%$) и div (в Python обозначается $//$).

Пример 1

Операция $A \text{ mod } B$ означает получение остатка от деления целого числа A на целое число B . Результат операции является целым числом, меньшим B . При $B=0$ результат операции не определен. Если B является делителем A , то остаток от деления A на B равен нулю, в частности $A \text{ mod } A = 0$. Если $A < B$, то $A \text{ mod } B = A$.

Примеры:

$$7 \text{ mod } 3 = 7 \text{ mod } 2 = 7 \text{ mod } 6 = 1$$

$$7 \text{ mod } 5 = 2$$

$$7 \text{ mod } 1 = 7 \text{ mod } 7 = 0$$

$$7 \text{ mod } 8 = 7 \text{ mod } 10000 = 7$$

$$12 \text{ mod } 12 = 12 \text{ mod } 6 = 12 \text{ mod } 4 = 12 \text{ mod } 3 = 12 \text{ mod } 2 = 12 \text{ mod } 1 = 0$$

$$13 \text{ mod } 12 = 13 \text{ mod } 6 = 13 \text{ mod } 4 = 13 \text{ mod } 3 = 13 \text{ mod } 2 = 1$$

Операция $A \text{ div } B$ (целочисленное деление) означает получение целого частного при делении A на B . При $B=0$ результат операции не определен. Целочисленное деление можно понимать как обычное деление вещественных чисел с отбрасыванием (не округлением!) дробной части результата. Если $A < B$, то результат операции всегда будет равен нулю.

Примеры:

$$7 \text{ div } 7 = 7 \text{ div } 6 = 7 \text{ div } 5 = 7 \text{ div } 4 = 1$$

$$7 \text{ div } 3 = 2$$

$$7 \text{ div } 2 = 3$$

$$7 \text{ div } 8 = 7 \text{ div } 10000 = 0$$

При вычислении арифметических выражений, операции div и mod имеют такой же приоритет, как и операции сложения и умножения.

Примеры:

$$3 + 5 \text{ mod } 2 = 4$$

$$(3 + 5) \text{ mod } 2 = 0$$

$$7 \text{ div } 3 \cdot 2 = 2 \cdot 7 \text{ div } 3 = 4$$

$$(7 \text{ div } 2) \cdot (7 \text{ div } 2) = 9$$

$$(7 \cdot 7) \text{ div } (2 \cdot 2) = 11$$

Для операций div и mod выполняется соотношение $A = (A \text{ div } B) \cdot B + A \text{ mod } B$.

Операции div и mod можно использовать для вычисления цифр числа в различных системах счисления. Остаток от деления A на B будет значением последней цифры числа A , представленного в системе счисления с основанием B .

Примеры:

$137 \text{ mod } 10 = 7$ (последняя цифра числа 137, записанного в системе счисления с основанием 10)

$9 \text{ mod } 2 = 1$ (последняя цифра числа 9, записанного в системе счисления с основанием 2; $9_{10} = 1001_2$)

$29 \text{ mod } 16 = 13$ (числовое значение последней цифры числа 29, записанного в системе счисления с основанием 16; $29_{10} = 1D_{16}$)

Результатом целочисленного деления $A \text{ div } B$ будет отбрасывание последней цифры числа A записанного в системе счисления с основанием B .

Примеры:

$137 \text{ div } 10 = 13$ (отброшена последняя цифра в записи числа 137 в системе счисления с основанием 10)

$9 \text{ div } 2 = 4 = 100_2$ (отброшена последняя цифра числа 9, записанного в системе счисления с основанием 2; $9_{10} = 1001_2$)

$29 \text{ div } 16 = 1$ (отброшена последняя цифра в записи числа 29 в системе счисления с основанием 16; $29_{10} = 1D_{16}$)

Пример 2

Ниже на 4-х языках записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа L и M . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 7.

Python	Паскаль
<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x > 0: L = L + 1 if M < (x % 10): M = x%10 x = x // 10 print(L) print(M)</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L:=0; M:=0; while x>0 do begin L:=L+1; if M < (x mod 10) then begin M:=x mod 10; end x:= x div 10; end; writeln(L); write(M); end.</pre>
C++	Алгоритмический язык
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M; scanf("% d", &x); L=0; M=0; while (x>0){ L=L+1; if (M < x%10) { M = x%10 } x= x/10; } cout << L << endl << M << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> x, L, M <u>ВВОД</u> x L:=0; M:=0 <u>нц пока</u> x>0 L:=L+1 <u>если</u> M < mod(x,10) <u>то</u> M:= mod(x,10) <u>все</u> x:=div(x,10) <u>кц</u>. <u>ВЫВОД</u> L, <u>нс</u>, M <u>кон</u></pre>

Решение:

Выясним, что делает цикл

```
while L:=L+1;do begin
    L:=L+1;
    if M < (x mod 10) then
        begin
            M:=x mod 10;
        end
    x:= x div 10;
end;
```


Каждое выполнение цикла «откусывает» справа от исходного числа по одной цифре в его десятичной записи ($x := x \operatorname{div} 10;$), увеличивая на 1 счетчик «откушенных» цифр ($L := L + 1;$). Поскольку условие продолжения цикла $x > 0$, то цикл завершится, когда исходное число будет «съедено» целиком. При этом в переменной L сохранится количество «откушенных» цифр, т.е. сколько всего десятичных цифр было в записи числа.

По условию L после окончания цикла равно 3. Это возможно в том, и только том случае, когда x состоит ровно из трех значащих цифр. Итак, x – трехзначное число.

Теперь вернемся к значению M . Условие

```
if M < (x mod 10) then
  begin
    M := x mod 10;
  end
```

записанное внутри цикла, не что иное, как поиск максимума среди значений $x \operatorname{mod} 10$, т.е. цифр числа x . По условию M равно 7, поэтому максимальной цифрой числа x является 7. Итак, число x трехзначно, любая его цифра не больше 7. Очевидно, максимальным числом с такими свойствами будет 777.

Ответ: 777

Пример 3

Пусть в текстах программ в предыдущей задаче операторы взятия остатка и целочисленного деления $x \operatorname{mod} 10$ и $x \operatorname{div} 10$ (и их аналоги на других языках) заменены на $x \operatorname{mod} 8$ и $x \operatorname{div} 8$ соответственно.

Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 7.

Решение:

Для этого случая справедливы практически все приведенные выше рассуждения. Отличие состоит в том, что цифры числа выделяются в восьмеричной системе счисления. Поэтому результат 777 нужно перевести из восьмеричной в десятичную систему счисления.

$$777_8 = 511_{10}$$

Ответ: 511

Пример 4

Ниже на четырех языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает число M . Известно, что $x > 100$. Укажите **наименьшее** такое (т.е. большее 100) число x , при вводе которого алгоритм печатает 26.

C++	Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ int x, L, M; cin >> x; L = x; M = 65; if (L % 2 == 0) M = 52; while L != M{ if L > M L = L - M; else M = M - L; } cout << M << endl; return 0;}</pre>	<pre>x = int(input()) L = x M = 65 if L % 2 == 0: M = 52 while L != M: if L > M: L = L - M else: M = M - L print(M)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел x, L, M ввод x L := x M := 65 если mod(L, 2)=0 то M := 52 все нц пока L <> M если L > M то L := L - M иначе M := M - L все кц вывод M кон</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L := x; M := 65; if L mod 2 = 0 then M := 52; while L <> M do if L > M then L := L - M; else M := M - L; writeln(M); end.</pre>

Решение:

Эта программа реализует иной, чем выделение цифр числа, но тоже широко известный алгоритм: алгоритм Евклида, определяющий посредством последовательного вычитания наибольший общий делитель двух чисел (в данном случае первоначальных значений переменных L и M). В переменную L записывается введенное с клавиатуры число. Если было введено нечетное число (то есть остаток от деления L на 2 не равен нулю), то в переменную M будет записано число 65, при введенном четном числе – будет записано число 52. Заметим, что $65 = 13 \times 5$, а $52 = 13 \times 4$.

Требуется найти наименьшее $x > 100$, при вводе которого алгоритм печатает 26. Понятно, что число x должно делиться на 13 и на 2, но не должно делиться на 4. Такое наименьшее число $130 = 13 \times 2 \times 5$.

Ответ: 130

Задачи для самостоятельного решения

22.1

Ниже на 4-х языках записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа L и M . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 2, а потом 6.

Python	Паскаль
<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x > 0: L = L + 1 if M < (x % 10): M = x%10 x = x // 10 print(L) print(M)</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L:=0; M:=0; while x>0 do begin L:=L+1; if M < (x mod 10) then begin M:=x mod 10; end x:= x div 10; end; writeln(L); write(M); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M; cin >> x; L=0; M=0; while (x>0){ L=L+1; if (M < x%10) { M = x%10 } x= x/10; } cout << L << endl << M ; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> x, L, M <u>ввод</u> x L:=0; M:=0 <u>нц пока</u> x>0 L:=L+1 <u>если</u> M < mod(x,10) <u>то</u> M:= mod(x,10) <u>все</u> x:=div(x,10) <u>кц</u> <u>вывод</u> L, <u>нс</u>, M <u>кон</u></pre>

22.2

Для алгоритма из предыдущей задачи укажите наименьшее из таких чисел x , при вводе которых печатается сначала 2, а потом 6.

22.3

Ниже на 4-х языках записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа L и M . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 6.

Python	Паскаль
<pre>x = int(input()) L = 0 M = 9 while x > 0: L = L + 1 if M > (x % 10): M = x%10 x = x // 10 print(L) print(M)</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L:=0; M:=9; while x>0 do begin L:=L+1; if M > (x mod 10) then M:=x mod 10; x:= x div 10 end; writeln(L); write(M); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M; cin >> x; L=0; M=9; while (x>0){ L=L+1; if (M > x%10) { M = x%10 } x= x/10; } cout << L << endl << M ; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> x, L, M <u>ВВОД</u> x L:=0; M:=9 <u>нц пока</u> x>0 L:=L+1 <u>если</u> M > mod(x,10) <u>то</u> M:= mod(x,10) <u>все</u> x:=div(x,10) <u>кц</u> <u>ВЫВОД</u> L, <u>нс</u>, M <u>кон</u></pre>

22.4

Для алгоритма из предыдущей задачи укажите наименьшее из таких чисел x , при вводе которых печатается сначала 3, а потом 5.

22.5

Для алгоритма из предыдущей задачи укажите наименьшее из таких чисел x , при вводе которых печатается сначала 4, а потом 0.

22.6

Для алгоритма из предыдущей задачи укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых печатается сначала 4, а потом 0.

22.7

Ниже на 4-х языках записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа L и M . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 4.

Python	Паскаль
<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x > 0: L = L + 1 if M < (x % 5): M = x%5 x = x // 5 print(L) print(M)</pre>	<pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L:=0; M:=0; while x>0 do begin L:=L+1; if M < (x mod 5) then begin M:=x mod 5; end end; x:= x div 5; end; writeln(L); write(M); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int x, L, M; cin >> x; L=0; M=0; while (x>0){ L=L+1; if (M < x%5) { M = x%5 } x= x/5; } cout << L << endl << M ; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> x, L, M <u>ВВОД</u> x L:=0; M:=0 <u>нц</u> пока x>0 L:=L+1 <u>если</u> M < mod(x,5) <u>то</u> M:= mod(x,5) <u>все</u> x:=div(x,5) <u>кц</u> <u>ВЫВОД</u> L, <u>нс</u>, M <u>кон</u></pre>

задание 24 высокого уровня сложности – одно из заданий, предполагающее от экзаменуемого составление алгоритма и отладку его в виде программы в среде программирования. Это задание выполняется для файла данных, прилагаемых к заданию (эти файлы являются неотъемлемой частью КИМ, так как правильный ответ напрямую зависит от исходных данных). Согласно спецификации, задание 24 проверяет умение составить алгоритм для работы со строками, то есть прочесть входную строку и проанализировать ее структуру. Помимо этого, задание также проверяет умения, связанные с разработкой и отладкой программ в среде программирования. Так как исходные данные даны в текстовом файле, необходимо открыть этот файл для чтения, обработать его «на лету», то есть в процессе чтения, вывести результат на стандартное устройство вывода (то есть на монитор персонального компьютера) и закрыть файл с исходными данными. Полученное в ходе вычислений значение (в этом задании ответом всегда будет натуральное число) нужно будет ввести в качестве ответа в соответствующее поле тестирующей программы. Правильность выполнения этого задания будет проверяться сличением полученного результата с эталонным, так же, как и для других заданий КИМ.

Пример 1

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите максимальное количество идущих подряд совпадающих символов. Для выполнения этого задания следует написать программу.

В приложении к этой книге есть текстовый файл «24_pr1.txt». Это пример такого файла, содержащего 5 строк. Приведем его здесь:

```
abcdef  
aabbccddeeff  
abbccdddeeeefffff  
aaaaaabbbbbccccdddeeff  
abcdefabcdefeff
```

Видно, что в данном файле максимальное количество идущих подряд совпадающих символов – это 7 букв «а» в начале четвертой строки.

Решение:

При решении этого задания перед экзаменуемым стоят две задачи. Во-первых, надо сформулировать алгоритм определения этого максимального количества совпадающих подряд символов, и, во-вторых, правильно и в соответствии с синтаксисом используемого языка программирования открыть, прочесть и закрыть файл, связав его с приложенным к заданию тестовым набором данных.

Прежде всего, следует описать алгоритм подсчета одинаковых символов. Для этого потребуются две символьные переменные: для текущего символа (s) и для предыдущего (p), а также две целых переменные – для хранения максимального значения длины найденной последовательности одинаковых символов (m) и для хранения текущего значения длины (k). Файл читается от начала до конца, при этом переменная k увеличивается, пока совпадают значения p и s , а как только их значения становятся различны, то есть последовательность обрывается, значение s записывается в p , переменная k сначала сравнивается с m (и значение m обновляется, если необходимо), а потом вновь становится равным 1. Здесь важно, что переменная k с самого начала инициализируется единицей, а не нулем, так как длина самой короткой последовательности – один символ. Переменную m можно инициализировать как нулем, так и единицей, это не имеет значения.

Для решения второй задачи: организации чтения тестового набора данных как файла – требуется, в случае если это необходимо, объявить переменную типа файл, присвоить этой переменной имя набора данных, открыть файл (на языке Паскаль используется процедура `reset`), прочесть первый символ как значение переменной p , затем в цикле до

конца файла читать файл посимвольно в переменную *s*. После вывода результата перед концом программы необходимо закрыть файл.

Ниже приводим текст соответствующей программы на языке Паскаль. На других языках программирования код будет более-менее аналогичным, с учетом специфики языков программирования.

```
program p24;
var myfile : file of char;
    k,i,m : integer;
    s, p : char;
begin
  assign(myfile,'24_pr1.txt');
  k := 1; m := 1;
  reset (myfile);
  read (myfile, p);
  while not eof(myfile) do begin
    read (myfile, s);
    if s=p then inc(k)
      else begin
        p := s;
        if k>m then m:=k;
        k := 1
      end
    end;
  writeln (m);
  close (myfile)
end.
```

Ответ: 7

Пример 2 (аналог задания 24)

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых каждые два соседних различны. Для выполнения этого задания следует написать программу.

В приложении к этой книге есть текстовый файл «24_pr1.txt». Это пример такого файла, содержащего 5 строк. Приведем его здесь:

```
abcdef
aabbccddeeff
abbccdddeeeefffff
aaaaaabbbbbccccdddeeff
abcdefghijklmnopabcdefghijklmnop
```

Видно, что в данном файле максимальная длина подстроки, состоящей из попарно различных символов – 18 символов (последняя строка кроме первого и последнего символа).

Решение:

Пример в целом похож на предыдущий, только здесь наоборот, переменная *k* обновляется в случае совпадения символов и растет в случае если переменные *s* и *p* совпадают. Важно понимать, что текстовый файл содержит в себе концы строк как отдельные символы, поэтому для последнего символа предыдущей строки и первого символа последующей в текстовом файле записана последовательность из 3 различных символов. В задании демо-версии прилагаемый к нему файл данных не содержит концов строк, он весь представляет собой одну строку длиной миллион символов.

Программа на языке Python, представленная ниже, читает файл построчно. Далее прочтенная строка обрабатывается посимвольно, происходит обращение к соответствующему элементу строки по индексу.

Важно, что искомая строка может находиться в самом конце файла, поэтому после завершения внешнего цикла чтения строк следует проверить, не превосходит ли текущее значение переменной k накопленное значение переменной m и присвоить ее значение m , если необходимо.

```
myfile = open ('24_pr1.txt', 'r')
k = 1 ; m = 1
for line in myfile:
    p = line [0]
    for i in range (1, len(line)):
        s = line [i]
        if s == p :
            if k > m : m = k
            k = 1
        else:
            p = s
            k +=1
    if k > m : m = k
print (m)
myfile.close
```

Задачи для самостоятельного решения

24.1

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите сколько раз в исходном файле встречается символ, стоящий в файле на первом месте. Для выполнения этого задания следует написать программу.

24.2

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите сколько раз в исходном файле встречается конкретный символ (должен быть параметром в программе, либо вводиться с клавиатуры). Для проверки правильности используйте файл-приложение к демоверсии «24.txt» и символ «Z».

24.3

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите сколько раз в исходном файле встречается подстрока, состоящая из трех одинаковых символов. Для выполнения этого задания следует написать программу.

24.4

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите сколько раз в исходном файле встречается подстрока, состоящая из трех символов, среди которых два крайних символа совпадают, а стоящий посередине символ отличается от двух крайних. Для выполнения этого задания следует написать программу.

24.5

Текстовый файл состоит из нескольких строк, содержащих буквы латинского алфавита. Определите сколько раз в исходном файле встречается подстрока, состоящая из трех различных символов. Для выполнения этого задания следует написать программу.

24.6

Текстовый файл состоит не более чем из 1 200 000 символов А, В, С и D.

Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых нет символов А и D, стоящих рядом.

Для выполнения этого задания следует написать программу.

Задание 25 высокого уровня сложности – следующее из заданий, предполагающее от экзаменуемого составление алгоритма и отладку его в виде программы в среде программирования. Согласно спецификации, задание 25 проверяет умение составить алгоритм для работы с целочисленной информацией. Особенностью этого задания является ответ в виде небольшой таблицы. Так у задания из демоверсии в качестве ответа 8 пар целых чисел. В связи с этим задание оценивается максимально 2 баллами за полный верный ответ. За ошибочные значения только в одной строке ответа ИЛИ за отсутствие не более одной строки ответа ИЛИ присутствие не более одной лишней строки ответа – ставится 1 балл. В остальных случаях – 0 баллов. Также, как и предыдущее, задание проверяет умения, связанные с разработкой и отладкой программ в среде программирования.

Пример (задание 25 демоверсии 2021 года)

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [174457; 174505], числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти два делителя в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания произведения этих двух делителей. Делители в строке таблицы также должны следовать в порядке возрастания.

Решение:

Это задание, как и большинство заданий на составление программ в КИМ ЕГЭ, не требует создания эффективного алгоритма. Понятно, что такие искомые числа раскладываются на два простых множителя и эффективное решение можно было бы организовать, имея таблицу простых чисел (в виде массива, например). Но для нас важен только результат, а время работы переборной программы для данного отрезка будет незначительным по сравнению со временем, потраченным на написание и отладку программы. Поэтому самое простое в реализации решение будет содержать два вложенных цикла. Внешний цикл – перебор всех целых чисел от 174457 до 174505 включительно. Во внутреннем цикле следует подбирать делители для каждого числа. Для этого надо делить число последовательно на все числа, начиная с двойки. В случае, если исходное число делится на текущий делитель нацело (это, как мы знаем, проверяется сравнением остатка от деления с нулем), следует заменить исходное число на частное от деления и возобновить подбор делителя сначала (с двойки). Подбор делителя заканчивается, когда делитель превосходит квадратный корень исходного числа. Также подбор делителя следует завершить, если найден второй делитель: ясно, что это число не соответствует условию задачи.

Ниже описанный алгоритм реализован на школьном Алгоритмическом языке. Переменная k служит для хранения верхней границы перебора делителей, она обновляется с обновлением переменной n , где первоначально хранится исходное число. Массив m служит для хранения делителей, он заполняется не до конца, а не дальше второго элемента. Вещественная функция $\text{sqrt}(n)$ возвращает квадратный корень, от него берется целая часть и увеличивается на единицу (так как возможна ситуация, когда $n=ab^2$, где a и b – простые числа, такое число раскладывается на три делителя, а не на два).

алг делители

нач

целтаб m [1:3]

цел n, i, j, s, k

нц для j от 174457 до 174505

n := j

k := int (sqrt (n)) + 1

i := 2

s := 0

нц пока (i < k) и (s < 2)

если mod (n, i) = 0

то

s := s + 1

m [s] := i

n := div (n, i)

k := int (sqrt (n)) + 1

иначе

i := i + 1

все

кц

если s = 1

то

вывод m [1], « », n, нс

все

кц

кон

Запустив программу, можно убедиться, что программа печатает два столбика чисел:

3 58153

7 24923

59 2957

13 13421

149 1171

5 34897

211 827

2 87251

Именно их и надо записать в качестве ответа на задание.

Задачи для самостоятельного решения

5.1

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [300; 350], простые числа, то есть числа, не имеющие натуральных делителей, не считая единицы и самого числа. Запишите эти числа в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания.

25.2

Напишите программу, которая раскладывает число 3 742 830 на простые множители. Запишите эти множители в таблицу на экране с новой строки в порядке неубывания.

25.3

Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [400; 430], взаимно простые числа, то есть числа, не имеющие общих натуральных делителей, не считая единицы. Сами числа не должны при этом быть простыми. Запишите эти числа в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания суммы этих чисел. Числа в каждом столбце тоже должны идти в порядке неубывания.

25.4

Пусть M – сумма минимального и максимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение M равным нулю.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 700 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение M оканчивается на 8. Вывести первые пять найденных чисел и соответствующие им значения M .

Формат вывода: для каждого из пяти таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем – значение M . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел. Например, для числа 20 $M = 2 + 10 = 12$.

25.5

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 500 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, у которых есть натуральный делитель, оканчивающийся на цифру 8 и не равный ни самому числу, ни числу 8. Вывести первые пять найденных чисел и для каждого наименьший делитель, оканчивающийся на цифру 8, не равный ни самому числу, ни числу 8.

Формат вывода: для каждого из пяти таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем – значение наименьшего делителя, оканчивающегося на цифру 8, не равного ни самому числу, ни числу 8.

Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

Задание 26 высокого уровня сложности – это текстовая задача, которая проверяет умение осуществлять сортировку данных. Задание 26, также как и задание 24, выполняется с использованием файла данных: это текстовый файл, содержащий большое количество чисел. Формат этого файла и структура исходных данных описаны в тексте задачи. В качестве ответа требуется вывести два числа в определенном порядке. За это выставляется 2 балла. Если порядок нарушен или выведено только одно значение (второе не выведено или выведено неверное число) выставляется 1 балл. Задание можно решать составлением программы или с помощью электронных таблиц. Мы рассмотрим оба решения.

Пример (задание 26 демоверсии 2021 года)

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов.

Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя.

По заданной информации об объёме файлов пользователей и свободном объёме на архивном диске определите максимальное число пользователей, чьи файлы можно сохранить в архиве, а также максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён

в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Входные данные.

В первой строке входного файла находятся два числа: S – размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 10 000) и N – количество пользователей (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения объемов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем максимальный размер имеющегося файла, который может быть сохранён в архиве, при условии, что сохранены файлы максимально возможного числа пользователей.

Пример входного файла:

100 4

80

30

50

40

При таких исходных данных можно сохранить файлы максимум двух пользователей. Возможные объёмы этих двух файлов 30 и 40, 30 и 50 или 40 и 50. Наибольший объём файла из перечисленных пар – 50, поэтому ответ для приведённого примера: 2 50

Решение:

Первым делом надо решить задачу по существу в общем виде, то есть понять алгоритм, по которому ищется решение. После этого следует реализовать этот алгоритм либо в виде программы, либо путем использования сервисов, предоставляемых электронными таблицами, и применив реализованный алгоритм к конкретному набору данных, получить значения, которые должны быть записаны в качестве ответа.

Суть задания проста: следует уместить в конкретное пространство на диске как можно больше файлов. Естественно, чем меньше будет каждый файл, тем больше файлов в этом пространстве поместится. Поэтому первым шагом в алгоритме должна быть сортировка списка объемов файлов по возрастанию. Но, упаковывая эти файлы в заданный объем, можно прийти к ситуации, когда больше места не остается, все остающиеся файлы больше остатка свободного места в хранилище. Тут вступает в силу второе условие задания: надо использовать имеющееся пространство максимально эффективно, поместив в хранилище в качестве последнего самый большой из помещающихся файлов. Отсюда понятны следующие шаги алгоритма: надо добавлять в список помещаемых в архив файлы один за другим, каждый следующий должен быть не короче предыдущего, (подсчитывая объем заполненного пространства) до тех пор, пока не закончится место (количество помещенных файлов будет ответом на первый вопрос). После этого вместо последнего файла надо поместить другой, максимально «вписывающийся» в остающееся место. Для этого надо идти с другого конца массива, пока очередной (меньший предыдущего) файл не подойдет по размеру остающегося места (с учетом последнего, не добавленного на первом этапе файла).

Итак, описанный выше словесно алгоритм можно реализовать либо в виде программы на языке программирования, либо в виде серии манипуляций с исходным набором данных (текстовым файлом) в среде электронных таблиц.

1-й способ (программа на языке программирования)

Программа должна содержать следующие последовательные шаги:

1. Необходимо открыть файл на чтение, связав набор данных на диске с именем файла в программе.
2. Прочитать числа S и N.
3. В цикле заполнить N элементов массива значениями из файла (цикл «для»).
4. Отсортировать заполненный массив по возрастанию.
5. Инициализировать счетчик и индексную переменную, а также показатель заполненности пространства (переменная, в которой накапливается сумма объемов перемещенных в архив файлов).
6. В цикле «пока» добавлять файлы в архив, увеличивая счетчик количества заполняемых файлов. Когда пространство переполнится, откатить назад два последних добавления.
7. Вычислить объем остающегося в архиве свободного места.
8. В цикле «пока» перебирать элементы массива «вниз» от N, ища максимально подходящий. Его объем будет ответом на второй вопрос.
9. Вывести значения счетчика и объема найденного максимального файла. Закрыть исходный текстовый файл.

Как видно из описания программы, сортировка массива является отдельным шагом. Ее можно оформить в виде подпрограммы, что мы и сделаем ниже. В случае, если используемая система программирования содержит стандартную функцию сортировки массивов (списков), можно воспользоваться ей. При решении этого задания важен результат, а не способ решения.

Решение будем писать на Паскале. На остальных языках код может быть аналогичным.

Итак, сначала напишем процедуру сортировки массива длины n по возрастанию. Сам массив и его длина являются параметрами.

Существуют два широко известных способа сортировки – «извлечением» и «пузырьком». В первом способе осуществляется N-1 проход по массиву, на каждом шаге минимальный в остающейся части массива элемент ставится на первое в остающейся части место (а стоявший на этом месте элемент меняется с ним местами). В результате каждый элемент массива не больше всех последующих. Во втором способе элементы меняются местами попарно, в результате максимальный элемент оказывается последним на первом проходе, а минимальный элемент гарантированно «всплывет» за N-1 проход, даже если он первоначально стоял последним. Оба этих способа требуют времени выполнения, пропорционального квадрату длины массива.

Для того, чтобы обеспечить совместимость типов массивов при передаче параметра по ссылке опишем тип данных: массив длиной 1000 элементов (пользуемся статическим распределением памяти в соответствии с условием задачи).

```
type intar = array [1..1000] of integer;
```

Вот так выглядит алгоритм сортировки массива «извлечением».

```
procedure st1 (var b :intar; var n :integer );
var t: integer;
begin
  for var i := 1 to n-1 do begin
    for var j := i to n do begin
      if b [j] < b [i] then
        begin
          t := b [i];
          b[i] := b [j];
          b [j] := t
        end
      end;
    end
  end;
end;
```

А так выглядит алгоритм сортировки массива «пузырьком».

```
procedure st2 (var b :intar; var n :integer );
var t: integer;
begin
  for var i := 0 to n - 1 do begin
    for var j := 2 to n - i do begin
      if b [j-1] > b [j] then
        begin
          t := b [j];
          b[j] := b [j-1];
          b [j-1] := t
        end
      end;
    end;
  end;
end;
```

Теперь запишем основной алгоритм, в котором сортировка вызывается в качестве подпрограммы. В приведенной программе вызывается первая из описанных процедур, но это не имеет значения, результат и время работы программы будут одинаковыми для обеих процедур.

Видно, что в программе два цикла «пока», но при этом массив проходится один раз – от начала до момента заполнения переменной s1 максимально возможным значением и затем от конца до момента нахождения максимального значения переменной s2.

```
var myfile : text;
    a: intar;
    N, S, k, m, s1, s2 : integer;
begin
  assign(myfile, '26.txt');
```

```

reset (myfile);
read (myfile, S);
readln (myfile, N);
for var i :=1 to N do
    readln (myfile, a[i]);
st1 (a, N);
k := 0; s1 := 0;
while s1 < S do
    begin
        inc (k);
        s1 := s1 + a[k]
    end;
s1 := s1 - a [k]; k := k - 1;
s1 := s1 - a [k];
m := N;
while a [m] > (S - s1) do
    m := m - 1;
s2 := a [m];
print (k, s2):
close (myfile)
end.

```

В конце исполнения алгоритма $s1+s2 \leq S$, а переменная k содержит число сложенных значений элементов массива.

2-й способ (с помощью электронных таблиц)

В принципе, шаги алгоритма соответствуют описанным выше. Прежде всего, необходимо открыть текстовый файл в программе электронных таблиц. Запускается мастер импорта файлов, который предлагает определить, как разместить данные. Надо интерпретировать файл как «с разделителями», при этом на втором шаге в качестве разделителя надо добавить пробел. Тогда в первой строке два значения займут две соседние ячейки A1 и B1 (рис. 1).

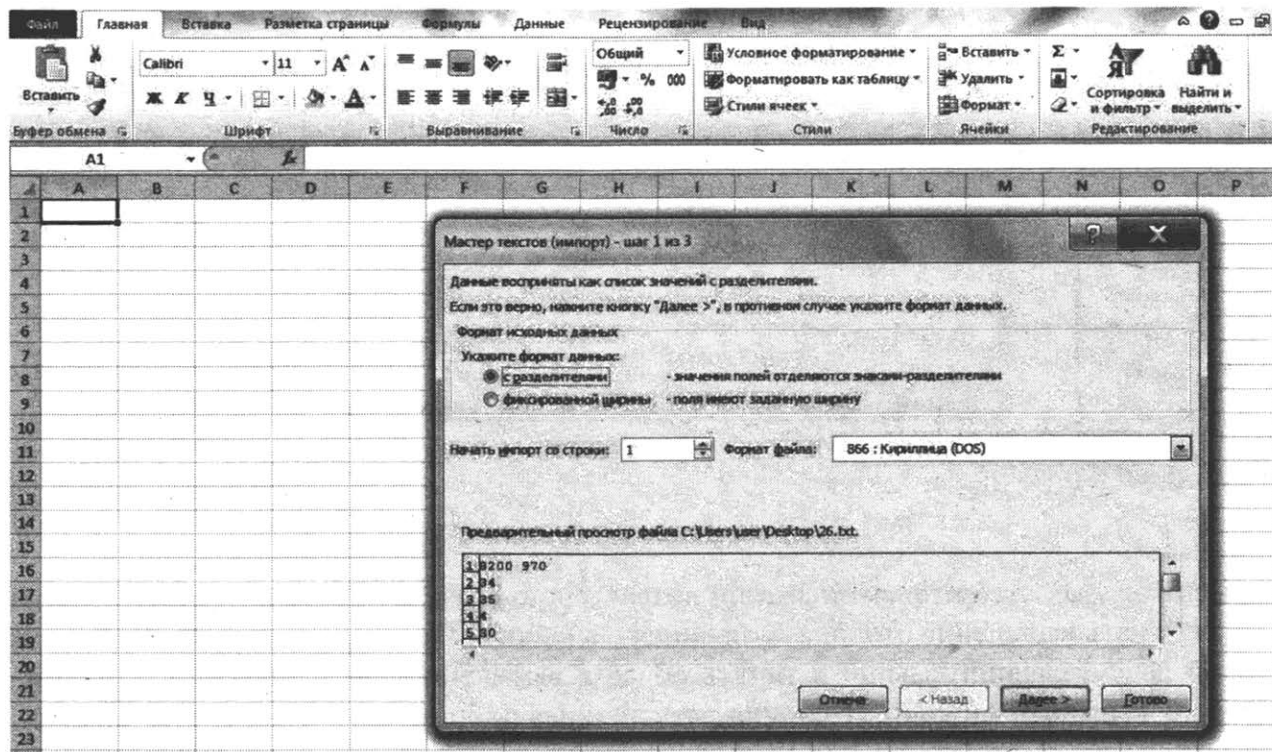


Рис. 1. Преобразование текста в таблицу

Мы получили таблицу, в которой в первой строке заполнены две ячейки, а во всех последующих строках – только первый столбец. Выполненные нами действия соответствуют трем первым шагам описанного выше алгоритма: мы прочли значения N и S как значения ячеек A1 и B1, а столбец A, начиная со второй строки, заполнили значениями массива. Надо переходить к сортировке.

Надо выделить с помощью мыши (двигая по серой области обозначения имен столбцов) столбцы A и B целиком, а затем в меню «Данные» выбрать «Сортировка». Появится всплывающее меню «Сортировка». В этом меню надо поставить галочку в поле параметра «Мои данные содержат заголовки» (тогда значения первой строки не будут участвовать в сортировке), выбрать в качестве заголовка значение ячейки A1 (число 8200, это ограничение на S) и установить порядок сортировки «по возрастанию» (рис. 2).

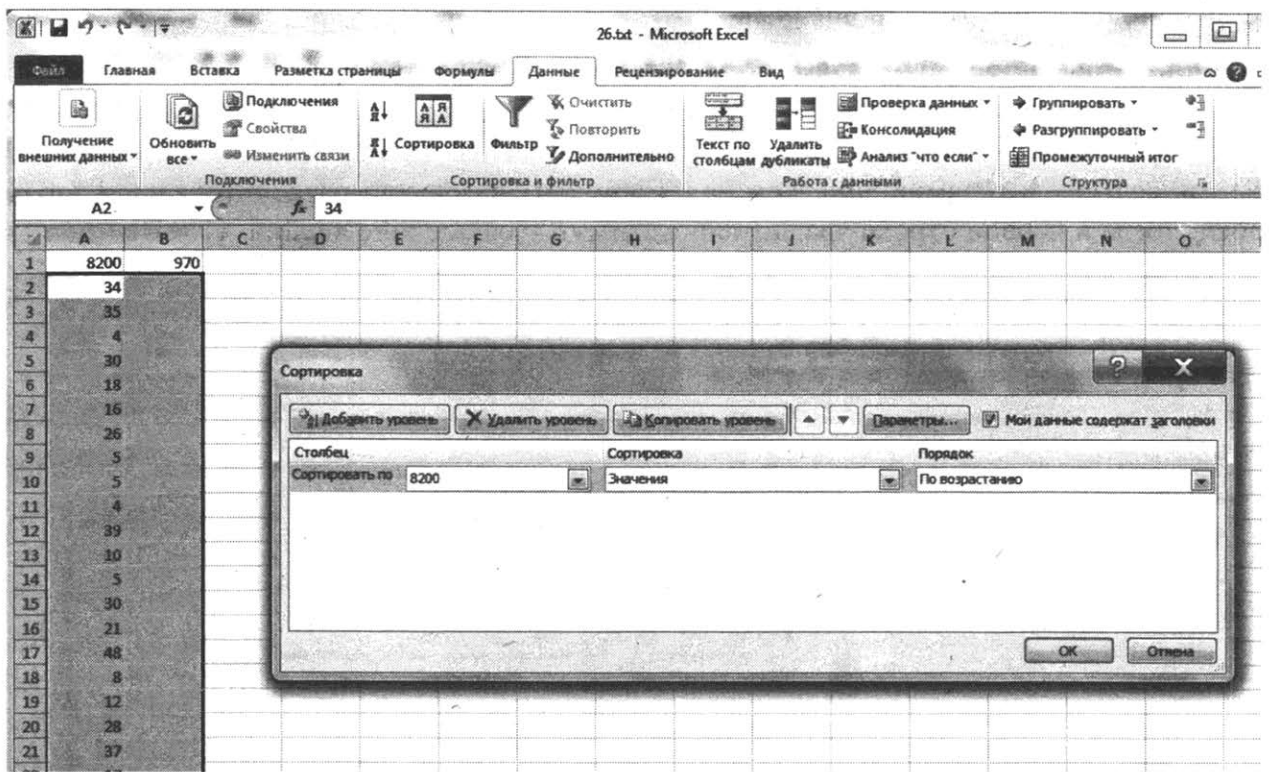


Рис. 2. Сортировка с учетом заголовка

Данные окажутся отсортированными по возрастанию (сначала будут идти одни единицы). Следует начать выделение столбца А, начиная с ячейки А2 вниз (для этого надо удерживать нажатой левую клавишу мыши и тянуть область выделения вниз, листая страницы и поглядывая в правый нижний угол окна электронных таблиц, где показывается количество выделенных ячеек и их сумма (см. рис. 3).

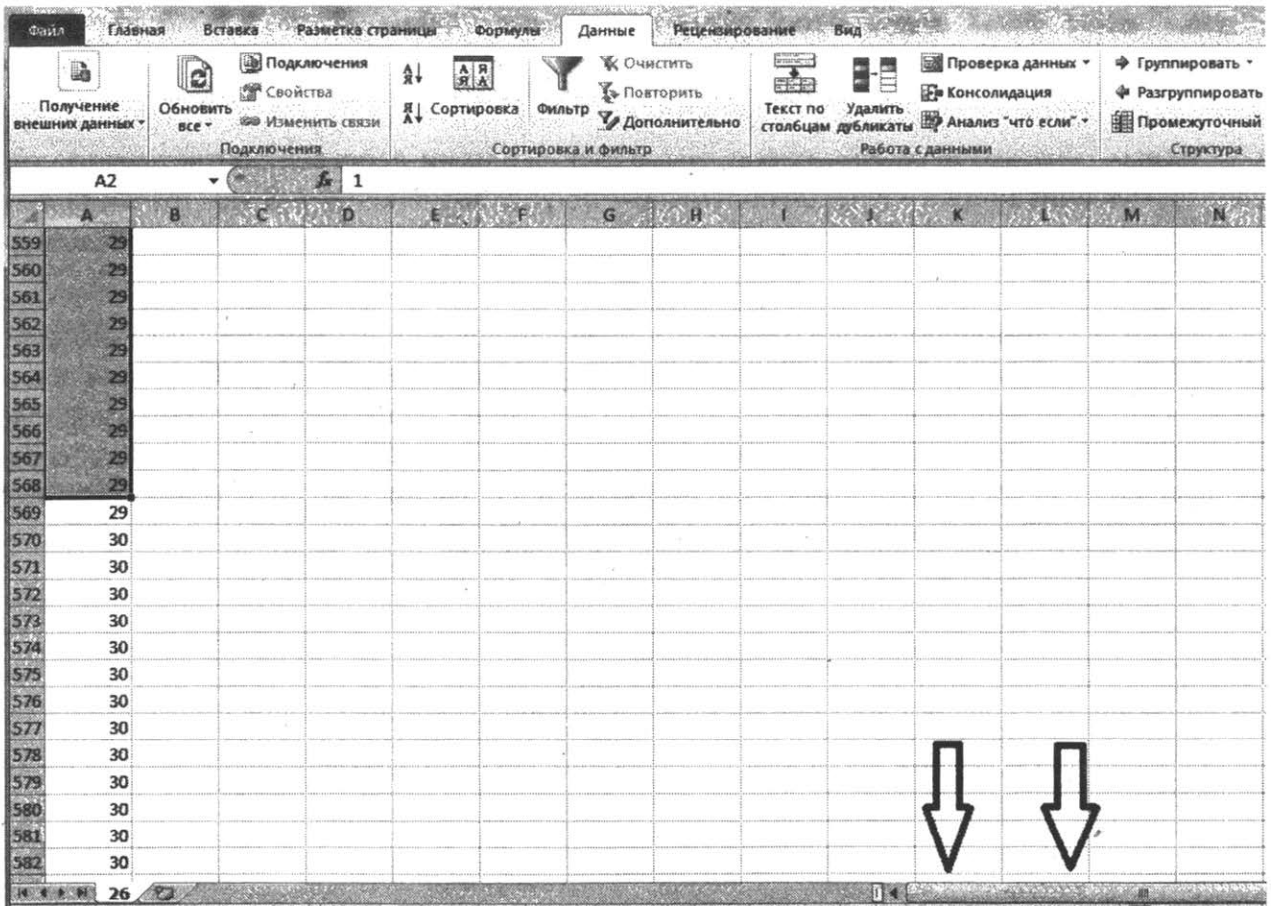


Рис. 3. Выделение диапазона

Видно, что мы выделили 567 ячеек и сумма выделенных значений составляет 8147. У нас остается 53 свободных единицы объема файлов. Если записать туда еще один файл объемом 29, то тогда 24 единицы останутся неиспользованными. Найдем в столбце A значение, не превосходящее 53, но максимально близкое этому числу. Это значение записано в ячейках A961 – A970 – 50 единиц. Таким образом в указанный объем 8200 можно максимально записать $567+1 = 568$ файлов, максимальный из которых будет иметь длину 50.

Ответ: 568 50

Задача для самостоятельного решения

26.1

В учебном заведении во время медосмотра производилось измерение роста обучающихся. Необходимо определить, сколько обучающихся имеют рост не ниже определенного значения и каково различие в росте самого высокого и самого низкого из обучающихся. Так как на медосмотр обучающиеся являлись в произвольном порядке, данные в исходном файле отсортированы в последовательности измерения.

Входные данные.

В первой строке входного файла находятся два числа: S – граница роста для отбора в группу высоких учащихся (натуральное число, не превышающее 250) и N – количество осмотренных обучающихся (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения измерения роста каждого обучающегося (все числа натуральные, не превышающие 250), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала количество учащихся, имеющих рост не ниже установленной границы, затем разницу в росте самого высокого и самого низкого учащегося.

Пример входного файла:

180 4

145

179

190

181

При таких исходных данных требуемый рост имеют два учащихся, а разница в росте самого высокого (190) и самого низкого (145) составляет 45. Поэтому ответ для приведенного примера:

2 45

Среди файлов данных к данной книге имеется 2 файла исходных данных к этой задаче: 26_11.txt и 26_12.txt. Проверьте свое решение с этими данными.

26.2

Децильный коэффициент — показатель дифференциации доходов, выражающий соотношение между средними доходами 10% населения с наиболее высокими доходами и средними доходами 10% наименее обеспеченных граждан. Требуется определить значение децильного коэффициента для данной группы граждан, а также разность между максимальным и минимальным доходом.

Входные данные.

В первой строке входного файла находится число N – количество граждан в группе (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения среднего месячного дохода гражданина в тысячах рублей (все числа натуральные, не превышающие 50 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала децильный коэффициент, затем разность между максимальным и минимальным доходом.

Пример входного файла:

```
10
150
120
140
90
78
12
7
147
210
52
```

При таких исходных данных каждый дециль – это доходы одного человека, децильный коэффициент составляет 30, а разность 203. Поэтому ответ для приведённого примера:

30 203

Среди файлов данных к данной книге имеется 2 файла исходных данных к этой задаче: 26_21.txt и 26_22.txt. Проверьте свое решение с этими данными.

5.3

Отбор абитуриентов в вуз происходит по сумме баллов трех экзаменов: по русскому языку, математике и физике. На заранее известное количество мест зачисляются абитуриенты, набравшие большую сумму баллов по результатам трех экзаменов. Все абитуриенты, набравшие определенную сумму баллов или больше, зачисляются на имеющиеся места. Такой балл называется **проходным**. Если после заполнения имеющихся мест абитуриентами с проходным баллом остаются незаполненные места, но абитуриентов, набравших следующую сумму баллов, больше чем вакантных мест, набранная этими абитуриентами сумма баллов называется **полупроходным** баллом. Из числа абитуриентов, набравших полупроходной балл, на имеющиеся места принимаются абитуриенты, имеющие более высокий балл по математике, а при равенстве баллов по математике – по физике.

Для данного множества абитуриентов следует определить, какая сумма баллов является **полупроходным** баллом и какой балл по математике необходимо набрать, чтобы быть зачисленным на имеющиеся места.

Входные данные.

В первой строке входного файла находятся два числа: N – количество поданных заявлений о приеме (натуральное число, не превышающее 1000) и S – количество имеющихся мест. В следующих N строках три оценки по русскому языку, математике и физике соответственно, разделенные пробелами (все числа натуральные, не превышающие 100), оценки каждого абитуриента в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала **полу**проходной балл, затем оценку по математике, необходимую для зачисления при условии набранного полупроходного балла.

Пример входного файла:

```
4 2
60 70 80
65 60 90
50 80 100
40 95 80
```

При таких исходных данных проходной балл равен 230, полупроходной 215, на оставшееся одно место будет зачислен абитуриент, набравший в сумме 215 баллов и получивший по математике 95 баллов. Ответ для приведённого примера: 215 95

Исходные файлы к данной задаче 26_31.txt и 26_32.txt

2.3. Программирование

Для решения задач по этой теме требуется знание языка программирования. В экзаменационной работе все тексты программ представлены на четырех языках программирования: C++, Паскале, Python и Алгоритмическом языке.

Простейшим заданием на эту тему в 2014 г. было задание В2. Оно проверяло знание оператора присваивания, конструкции ветвления и свойств арифметических операций с данными целого типа (приоритет операций, операции деления нацело и получения остатка). В демоверсии 2015 г. такого задания уже не было, его заменило более сложное задание с конструкцией цикла. Разберем, тем не менее, одно такое задание.

Тренировочный пример с оператором присваивания

Определите значение переменной *c* после выполнения следующего фрагмента программы (записанного ниже на разных языках программирования):

Python	Паскаль
<pre>a = 40 b = 10 b = - a / 2 * b if a < b : c = b - a else : c = a - 2 * b</pre>	<pre>a := 40; b := 10; b := - a / 2 * b; if a < b then c := b - a else c := a - 2 * b;</pre>
C++	Алгоритмический язык
<pre>a = 40; b = 10; b = - a / 2 * b; if (a < b) c = b - a; else c = a - 2 * b;</pre>	<pre>a := 40 b := 10 b := - a / 2 * b <u>если</u> a < b <u>то</u> c := b - a <u>иначе</u> c := a - 2 * b <u>все</u></pre>

Решение:

Порядок выполнения операций при вычислении целочисленных выражениях языка программирования такой же, как и в обычной арифметике:

- сначала вычисляется значение формулы в скобках (если они есть);
- затем выполняются операции умножения, деления, взятия остатка;
- в последнюю очередь выполняются операции сложения и вычитания;
- унарный минус (–...) сокращением записи $-1 * \dots$.

После присваивания $b = -a / 2 * b$, значение b станет равным

$$-40 / 2 * 10 = -200.$$

Значение выражения $a < b$ – ложь, поэтому в условном операторе выполнится ветвь ELSE (иначе) т.е. $c = a - 2 * b$, значение c станет равным $40 - 2 * (-200) = 440$.

Ответ: 440

Задание 6 экзаменационного варианта будет немного сложнее тренировочного примера, так как содержит конструкцию цикла. При подготовке к экзамену следует учитывать, что в реальном экзамене на этой позиции могут быть задания, проверяющие как знание конструкции цикла, так и конструкции ветвления (или обеих конструкций вместе).

Пример 1

Определите, что будет напечатано в результате работы следующей программы. Для Вашего удобства программа представлена на четырех языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = 0 k = 0 while s < 1024 : s = s + 10 k = k + 1 print (k)</pre>	<pre>Var k, s : integer; begin s:=0; k:=0; while s<1024 do begin s:=s+10; k:=k+1; end; write(k); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int k, s; s = 0; k = 0; while (s<1024) { s = s+10; k = k+1; } cout << k << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>нач</u> <u>цел</u> k, s s:=0 k:=0 <u>нц пока</u> s < 1024 s:=s+10; k:=k+1 <u>кц</u> <u>вывод</u> k <u>кон</u></pre>

Решение:

При решении этой задачи конечно же не требуется непосредственное выполнение алгоритма. Обозначим S_k значение переменной s после выполнения k -й итерации цикла. Значения индекса k будет совпадать со значением переменной k в программе. Условие прекращения цикла тогда можно будет записать в виде $S_k \geq 1024$. Найдем минимальное S_k , удовлетворяющее этому условию. Из соотношений $S_0 = 0$, $S_k = S_{k-1} + 10$ ($k = 1, 2, \dots$) следует, что $S_k = k \cdot 10$. Поэтому условие прекращения цикла выполнится при $S_k = 1030$. Таким образом, на момент выхода из цикла $k = 1030/10 = 103$.

Ответ: 103**Пример 2 (задание 6 демоверсии 2021 года)**

Определите, при каком наименьшем введённом значении переменной s программа выведет число 64. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = int(input()) n = 1 while s < 51: s = s + 5 n = n * 2 print(n)</pre>	<pre>var s, n: integer; begin readln (s); n := 1; while s < 51 do begin s := s + 5; n := n * 2 end; writeln(n) end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, n; cin >> s; n = 1 ; while (s < 51) { s = s + 5; n = n * 2; } cout << n << endl; return 0; }</pre>	<pre>алг нач цел n, s ВВОД s n := 1 нц пока s < 51 s := s + 5 n := n * 2 кц ВЫВОД n кон</pre>

Решение:

В связи с тем, что на ЕГЭ, начиная с 2021 года, можно пользоваться компьютером, задание с вопросом «Какое значение будет выведено?» уже не встретится в варианте. Приведенный в демоверсии вариант задания простым многократным исполнением программы решать, конечно, можно, но потеря времени на это существенно больше, чем на решение методом рассуждения. Также, как и в предыдущем примере, здесь необходимо понять связь между переменными s и n . При каждом выполнении тела цикла переменная s увеличивается на 5, а переменная n умножается на 2. Первоначально $n = 1$. По условию,

на момент выхода из цикла $n = 64$. Это значит, что цикл выполнится 6 раз ($64 = 2^6$). На последнем шаге переменная s должна стать как минимум равна 51 (мы ищем минимальное первоначальное значение), это значит, что минимальное первоначальное значение $s = 51 - (6 \times 5) = 21$. Если ввести число 20, цикл выполнится 7 раз и программа выведет 128.

Ответ: 21

Задачи для самостоятельного решения

6.1

Определите, при каком **наименьшем** введённом значении переменной s программа выведет число 64. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = int(input()) k = 1 while s >= 1: s = s // 2 k = k * 2 print(k)</pre>	<pre>Var k, s : integer; begin readln (s); k:=1; while s >= 1 do begin s:=s div 2; k:=k * 2; end; write(k); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int k, s; cin >> s; k = 1; while (s>=1) { s = s/2; k = k*2; } cout << k << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>нач</u> <u>цел</u> k, s <u>ВВОД</u> s k:=1 <u>нц пока</u> s >= 1 s:= div (s, 2) k:= k*2 <u>кц</u> <u>ВЫВОД</u> k <u>кон</u></pre>

6.2

Определите, при каком **наибольшем** введённом значении переменной s программа выведет число 64. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = int(input()) k = 1 while s >= 1: s = s // 2 k = k * 2 print(k)</pre>	<pre>Var k, s : integer; begin readln (s); k:=1; while s >= 1 do begin s:=s div 2; k:=k * 2; end; write(k); end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int k, s; cin >> s; k = 1; while (s>=1) { s = s/2; k = k*2; } cout << k << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>нач</u> <u>цел</u> k, s <u>ВВОД</u> s k:=1 <u>нц пока</u> s >= 1 s:= div (s, 2) k:= k*2 <u>кц</u> <u>ВЫВОД</u> k <u>кон</u></pre>

6.3

Определите, при каком **наименьшем** введённом значении переменной s программа выведет число 16. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = int(input()) n = 64 while s > 121: s = s - 25 n = n // 2 print(n)</pre>	<pre>var s, n: integer; begin readln (s); n := 64; while s > 121 do begin s := s - 25; n := n div 2 end; writeln(n) end.</pre>

C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, n; cin >> s; n = 64 ; while (s > 121) { s = s - 25; n = n / 2; } cout << n << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> n, s <u>ввод</u> s n := 64 <u>нц пока</u> s > 121 s := s - 25 n := div (n, 2) <u>кц</u> <u>вывод</u> n <u>кон</u></pre>

6.4

Определите, при каком **наибольшем** введённом значении переменной *s* программа выведет число 16. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Паскаль
<pre>s = int(input()) n = 64 while s > 121: s = s - 25 n = n // 2 print(n)</pre>	<pre>var s, n: integer; begin readln (s); n := 64; while s > 121 do begin s := s - 25; n := n div 2 end; writeln(n) end.</pre>
C++	Алгоритмический
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s, n; cin >> s; n = 64 ; while (s > 121) { s = s - 25; n = n / 2; } cout << n << endl; return 0; }</pre>	<pre><u>алг</u> <u>нач</u> <u>цел</u> n, s <u>ввод</u> s n := 64 <u>нц пока</u> s > 121 s := s - 25 n := div (n, 2) <u>кц</u> <u>вывод</u> n <u>кон</u></pre>

Задание 17 демоверсии проверяет умение написать простую переборную программу, на языке программирования, содержащую цикл и ветвление. Это задание проверяет только технические программистские умения, так как алгоритм решения описан в постановке задачи.

Пример 1 (из демоверсии 2021 г.)

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1016; 7937], которые делятся на 3 и не делятся на 7, 17, 19, 27.

Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем максимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Решение:

Обратим внимание на то, что, несмотря на то, что ответом является пара чисел, выполнение данного задания, в силу его не очень высокой сложности, оценивается 1 первичным баллом. И в этом случае проще написать программу, чем возиться с электронными таблицами.

Алгоритм решения записан в условии задания: необходимо перебрать все числа в указанном диапазоне, проверив каждое из них на делимость на 3 и не делимость на 7, 17, 19, 27. Перед циклом надо завести счетчик и инициализировать его нулем (так как пока ни одно число, удовлетворяющее условию, не найдено) и переменную для хранения максимального подходящего числа, которая будет обновляться с каждым следующим вновь найденным числом. В цикле «для» перебираются все значения диапазона, внутри происходит проверка и обновление значений переменных в случае истинности условия. Условие при этом представляет собой простую конъюнкцию всех пяти условий.

Вот запись этой программы на Алгоритмическом языке:

```
алг задание17
нач
  цел i, k, m
  k := 0
  нц для i от 1016 до 7937
    если mod(i, 3) = 0 и mod(i, 7) <> 0 и mod(i, 17) <> 0 и mod(i, 19) <> 0 и mod(i, 27) <> 0
      то
        k := k + 1
        m := i
    все
  кц
  вывод k, « », m
кон
```

Запись громоздкая за счет того, что проверяется конъюнкция сразу 5 условий.

На Паскале запись тоже получается громоздкой, но на Паскале, в отличие от Алгоритмического языка, переносы не влияют на трансляцию кода, поэтому можно записать условие в две строки:

```
program zad17;
var i, k, m : integer;
begin
  k:=0;
  for i:= 1016 to 7937 do
```

```

if (i mod 3 =0) and(i mod 7 <>0) and(i mod 17 <>0) and
    (i mod 19 <>0) and(i mod 27 <>0) then
begin
    inc (k); m := i
end;
writeln (k, ' ', m)

end.

```

Исполнение программы на обоих языках программирования дает одну и ту же пару натуральных чисел.

Ответ: 1568 7935

Пример 2 (из демоверсии 2022 г.)

В файле содержится последовательность из 5000 целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых хотя бы одно число делится на 3, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два подряд идущих элемента последовательности. Например, для последовательности из пяти элементов: 6; 2; 9; -3 ; 6 – ответ числа 4 и 11.

Решение:

В отличие от 2021 года, в 2022 году к заданию 17 будет прилагаться файл данных. Отдельной технической задачей является чтение этого файла. Ответ, естественно, будет зависеть от исходных данных. Тем не менее, по существу это задание представляет собой модификацию задания 25 прошлых лет, которое предполагало линейный проход по массиву и анализ пар или троек элементов. Решением будет являться линейный алгоритм последовательного просмотра пар.

В задании 25 прошлых лет важным элементом решения была правильная инициализация переменных. В данном случае счетчик пар инициализируется нулем, а максимум – числом, меньшим двойного минимума элементов последовательности.

Также важно не допустить выход за границу массива. Следует перебирать элементы с первого до предпоследнего или со второго до последнего и смотреть очередную пару из текущего и следующего либо текущего и предыдущего элементов. В проверке условия делимости используется операция «или».

Запишем на алгоритмическом языке алгоритм решения этой задачи для массива из 5 чисел, числа вводятся с клавиатуры:

алг зад17_2022

нач

```

. целтаб a[1:5]
. цел m, k, i, s
. нц для i от 1 до 5
. . ввод a[i]
. кц
. m := -20001
. k := 0
. нц для i от 1 до 4
. . если mod (a[i], 3) =0 или mod (a[i+1], 3)=0
. . . то
. . . . s := a[i] + a[i+1]
. . . . если s > m

```

. ТО
 $m := s$
 ВСЕ
 $k := k + 1$
 . . . ВСЕ
 . КЦ
 . ВЫВОД k , " ", m
КОН

Задачи для самостоятельного решения

17.1

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[100; 250]$, которые делятся на 3 и не делятся на 9.

Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем максимальное число.

17.2

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[100; 250]$, которые делятся на 3 и не делятся на 9.

Найдите количество таких чисел и их сумму.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем сумму.

17.3

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[4000; 30000]$, которые делятся на 3, на 7, на 11, на 19 и не делятся на 5.

Найдите количество таких чисел и минимальное из них.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем минимальное число.

17.4

Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[4000; 30000]$, которые делятся на 3, на 7, на 11, на 19 и не делятся на 5.

Найдите количество таких чисел и их сумму.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем сумму.

Задание 27

Задание 27 является заключительным, наиболее сложным и трудоемким заданием КИМ ЕГЭ. Оно проверяет умение создавать собственные программы (30–50 строк) для анализа числовых последовательностей. Это задание, также как и некоторые другие в варианте, предполагает использование файла данных и ответ на это задание зависит от входных данных. Также как и в заданиях 24 и 26 необходимо прочесть эти данные из файла и как-то обработать их. Отличие задания 27 состоит в том, что экзаменуемому выдаются два файла данных, А и В, различающиеся размером. Файл В содержит такое количество данных, которое делает переборный квадратичный алгоритм неприменимым. В этом задании 27 имеет преимущество с заданием 27 прошлых лет, когда от экзаменуемого требовалось написать эффективный по времени и памяти алгоритм. Задание оценивается из двух баллов, так как требуется получить два искомых значения для двух исходных файлов: за каждое значение один балл.

При подготовке к экзамену следует разобрать задания 27 прежних лет, так как уже довольно давно они были связаны с анализом числовых последовательностей и опыт реше-

ния этих задач посредством написания и отладки программ в среде программирования может оказаться полезным.

Задание 27 рекомендуется выполнять поэтапно:

1. Внимательный анализ условия задачи. Уяснение формата входных и выходных данных, сути преобразований, которые требуется выполнить над входными данными для получения нужного результата.
2. Выбор представления и структуры данных программы, проектирование алгоритма решения задачи.
3. Написание текста программы и отладка в среде программирования с целью исключения синтаксических ошибок
4. Проверка написанной программы на тестовых данных, правильный ответ к которым может быть вычислен вручную. При подборе тестовых данных надо быть особенно внимательным, от правильного тестирования зависит правильность программы.

Последнее в варианте задание высокого уровня сложности 27, проверяющее умение написать самостоятельную программу на языке программирования, начиная с 2015 года, давалось на экзамене в двух вариантах. Задание А с максимальной оценкой 2 балла представляло собой достаточно формальное техническое упражнение по программированию, и, в принципе, могло быть выполнено любым выпускником профильного класса, изучавшим программирование. Задание Б является обобщением задания А на ситуацию с большим количеством исходных данных и требует написания эффективной по времени и памяти программы. Приведем пример задания 27 из демоверсии КИМ ЕГЭ 2017 г. и решение обеих задач, А и Б.

Пример задания прежних лет.

*Вам предлагается два задания с похожими условиями: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору. Задание Б более сложное, его решение оценивается выше. Итоговая оценка выставляется как **максимальная** из оценок за задания А и Б.*

Задание А. Имеется набор данных, состоящий из 6 пар положительных целых чисел. Необходимо выбрать из каждой пары ровно одно число так, чтобы сумма всех выбранных чисел не делилась на 3 и при этом была максимально возможной. Если получить требуемую сумму невозможно, в качестве ответа нужно выдать 0.

Напишите программу для решения этой задачи. В этом варианте задания оценивается только правильность программы, время работы и размер использованной памяти не имеют значения.

Максимальная оценка за правильную программу – 2 балла.

Задание Б. Имеется набор данных, состоящий из пар положительных целых чисел. Необходимо выбрать из каждой пары ровно одно число так, чтобы сумма всех выбранных чисел не делилась на 3 и при этом была максимально возможной. Если получить требуемую сумму невозможно, в качестве ответа нужно выдать 0.

Напишите программу для решения этой задачи.

Постарайтесь сделать программу эффективной по времени и по используемой памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству пар чисел N , т.е. при увеличении N в k раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в k раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа N и не превышает 1 килобайта.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но не эффективную по памяти, – 3 балла.

Как в варианте А, так и в варианте Б программа должна напечатать одно число – максимально возможную сумму, соответствующую условиям задачи (или 0, если такую сумму получить нельзя).

НАПОМИНАЕМ! Не забудьте указать, к какому заданию относится каждая из представленных Вами программ.

Перед текстом программы кратко опишите Ваш алгоритм решения, укажите использованный язык программирования и его версию (например, Free Pascal 2.6.4).

Входные данные

Для варианта А на вход программе подаётся 6 строк, каждая из которых содержит два натуральных числа, не превышающих 10 000.

Пример входных данных для варианта А:

```
1 3
5 12
6 9
5 4
3 3
1 1
```

Для варианта Б на вход программе в первой строке подаётся количество пар N ($1 \leq N \leq 100\,000$). Каждая из следующих N строк содержит два натуральных числа, не превышающих 10 000.

Пример входных данных для варианта Б:

```
6
1 3
5 12
6 9
5 4
3 3
1 1
```

Пример выходных данных для приведённых выше примеров входных данных:

```
32
```

Решение

Задание А. Это задание можно выполнить «в лоб»: сохранить в массиве все исходные данные, перебрать все возможные способы выбора одного элемента из каждой пары и найти максимальную сумму, соответствующую условиям задачи.

Текст программы на языке Паскаль: решение задачи А.

```
var
  a: array[1..6, 1..2] of longint;
  i1, i2, i3, i4, i5, i6: longint; s,
  sMax: longint;
begin
```

```

for i1:= 1 to 6 do readln(a[i1,1], a[i1,2]);
sMax := 0;
for i1:=1 to 2 do
for i2:=1 to 2 do
for i3:=1 to 2 do
for i4:=1 to 2 do
for i5:=1 to 2 do
for i6:=1 to 2 do begin
    s:=a[1,i1]+a[2,i2]+a[3,i3]+a[4,i4]+a[5,i5]+a[6
,i6];
    if (s mod 3 <> 0) and (s > sMax) then sMax := s
end;
writeln(sMax)
end.

```

Задание Б. Здесь требуется эффективное по времени и памяти решение, работающее в общем случае.

Решение задания Б.

Чтобы получить максимально возможную сумму, будем брать из каждой пары самое большое число. Если полученная при этом сумма будет делиться на 3, её необходимо уменьшить. Для этого достаточно в одной из пар, где числа имеют разные остатки при делении на 3, заменить ранее выбранное число на другое число из той же пары. При этом разница между числами в паре должна быть минимально возможной. Если во всех парах оба числа имеют одинаковый остаток при делении на 3, получить нужную сумму невозможно. Ниже приведен пример правильной и эффективной программы для задания Б на языке Паскаль. Эта программа читает все данные один раз. В каждой паре определяется большее число Max и разность между большим и меньшим числами пары D. После обработки очередной пары программа хранит два числа: s – сумму всех максимальных элементов прочитанных пар и D_min – наименьшую возможную разность D, не кратную 3. Окончательным ответом будет значение s, если оно не делится на 3, и s-D_min в противном случае. Если s делится на 3, а D_min не определено (разность между числами во всех парах кратна 3), ответ в соответствии с условиями задачи считается равным 0.

```

const
    aMax = 10000; {наибольшее возможное число в исходных данных}

var
    N: longint; {количество пар} a,
    b: longint; {пара чисел}
    Max: longint; {максимум в паре}
    Min: longint; {минимум в паре}
    s: longint; {сумма выбранных чисел}
    D_min: longint; {минимальная разность Max-Min не кратная 3} i:
    longint;

begin
    s := 0;
    D_min := aMax + 1; readln(N);
    for i := 1 to N do begin
        readln(a, b);
        if a>b then begin Max:=a; Min:=b end

```

```

        else begin Max:=b; Min:=a end;
    s := s + Max;
    if ((Max - Min) mod 3 > 0) and (Max - Min < D_min)
        then D_min := Max - Min
    end;
    if s mod 3 = 0 then begin
        if D_min > aMax then s := 0 else s := s - D_min
    end;
    writeln(s)
end.

```

Задачи для самостоятельного решения

27.1

В командных олимпиадах по программированию для решения предлагается не больше 12 задач. Команда может решать предложенные задачи в любом порядке. Подготовленные решения команда посылает в единую проверяющую систему соревнований. Вам предлагается написать эффективную, в том числе по используемой памяти, программу, которая будет статистически обрабатывать пришедшие запросы на проверку, чтобы определить популярность той или иной задачи. Следует учитывать, что количество запросов в списке может быть очень велико, так как многие соревнования проходят с использованием Интернет.

Перед текстом программы кратко опишите используемый вами алгоритм решения задачи. На вход программе в первой строке подается количество пришедших запросов N . В каждой из последующих N строк записан номер задачи от 1 до 12.

Пример входных данных:

```

6
1
2
1
1
5
2

```

Программа должна вывести список всех задач, встречающихся в запросах, в порядке возрастания (неубывания) количества запросов на проверку той или иной задачи с указанием количества запросов по ней. При этом каждая задача должна быть выведена ровно один раз, вне зависимости от того, сколько раз она встречается в списке.

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```

5 1
2 2
1 3

```

27.2

По каналу связи передаётся последовательность положительных целых чисел, все числа не превышают 1000. Количество чисел известно, но может быть очень велико. Затем передаётся контрольное значение последовательности – наибольшее число R , удовлетворяющее следующим условиям:

- 1) R – произведение двух различных переданных элементов последовательности («различные» означает, что не рассматриваются квадраты переданных чисел, произведения различных элементов последовательности, равных по величине, допускаются);
- 2) R делится на 22.

Если такого числа R нет, то контрольное значение полагается равным 0.

В результате помех при передаче как сами числа, так и контрольное значение могут быть искажены.

Напишите эффективную, в том числе по используемой памяти, программу (укажите используемую версию языка программирования, например, Borland Pascal 7.0), которая будет проверять правильность контрольного значения. Программа должна напечатать отчёт по следующей форме:

Вычисленное контрольное значение: ...

Контроль пройден (или – Контроль не пройден)

Перед текстом программы кратко опишите используемый Вами алгоритм решения.

На вход программе в первой строке подаётся количество чисел N . В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 1000. В последней строке записано контрольное значение.

Пример входных данных:

6
55
997
22
7
9
400
22000

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Вычисленное контрольное значение: 22000. Контроль пройден.

7.3

Сейсмограф автоматической геофизической станции «Токанава» передаёт показания каждую минуту. Показания сейсмографа – положительные вещественные числа, не превышающие 1000.

Необходимо найти в заданной серии показаний прибора максимальное произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 7 минут. Общее количество показаний прибора в серии не превышает 10 000. Временем передачи сигнала можно пренебречь.

Напишите на любом языке программирования программу для решения поставленной задачи. Ваша оценка будет зависеть не только от правильности программы, но и от того, насколько она эффективна.

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству полученных показаний прибора N , т.е. при увеличении N в k раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в k раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа N и не превышает 1 килобайта.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, – 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, неэффективную ни по времени, ни по памяти, – 2 балла.

Перед программой укажите версию языка и кратко опишите использованный алгоритм.

В первой строке задаётся число N – общее количество показаний прибора. Гарантируется, что $N > 7$. В каждой из следующих N строк задаётся одно положительное вещественное число – очередное показание прибора.

Пример входных данных:

12
12
5
45
46
8
9
10
11
20
30
28
26

Программа должна вывести одно число – описанное в условии произведение.

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных: 1350

7.4

Дана последовательность N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности, разность которых чётна и, по крайней мере, один из элементов делится на $p = 21$. Порядок элементов в паре неважен. Среди всех таких пар нужно найти и вывести пару с максимальной суммой элементов. Если одинаковую максимальную сумму имеет несколько пар, можно вывести любую из них. Если подходящих пар в последовательности нет, нужно вывести два нуля.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($2 \leq N \leq 10\,000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

Пример входных данных:

5
42
12
63
64
63

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

63 63

Пояснение. Из данных пяти чисел можно составить три различные пары, удовлетворяющие условию: (42, 12), (42, 64), (63, 63). Наибольшая сумма получается в паре (63, 63). Эта пара допустима, так как число 63 встречается в исходной последовательности дважды.

Напишите эффективную по времени и памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел N в k раз время работы программы увеличивается не более чем в k раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 Кбайт и не увеличивается с ростом N .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, – 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, – 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет **большая** из двух оценок.

Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

3. Информационные и коммуникационные технологии

3.1. Обработка графической информации

Существует два способа кодирования изображений: векторный и растровый. Растровое изображение представляет собой совокупность точек (пикселей). Цвет каждого пикселя кодируется определенным образом, объем памяти, необходимый для хранения информации о цвете пикселя, определяет количество цветов в палитре. Наиболее распространенными являются палитры, в которых для хранения пикселя отводится 1 бит (монохромное, черно-белое изображение), 8 бит (256 оттенков серого цвета), 16 бит (65 тысяч цветов) и 24 бита (16 млн. цветов). В частности, цвет веб-страницы кодируется как информация об интенсивности трех цветовых компонент каждого пикселя. Для успешного решения задач этой темы необходимо понимать взаимосвязь информационного объема растрового изображения, его пространственного и цветового разрешения, а также принципы кодирования цвета элементов раstra.

Векторное кодирование графических изображений представляет собой информацию о способах построения изображения в виде совокупности команд определенного графического редактора (то есть исполнителя алгоритмов). В заданиях ЕГЭ таким исполнителем является Чертежник.

Задание 7

Пример 1

Для хранения растрового изображения размером 64x64 пикселя отвели 1,5 килобайта памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

- 1) 8
- 2) 2
- 3) 16
- 4) 4

Решение:

Вычислим, сколько бит отводится для хранения одного пикселя, учитывая, что в одном килобайте $1024 = 2^{10}$ байта, а в одном байте $8 = 2^3$ бит. Для этого информационный объем изображения, выраженный в битах, разделим на количество пикселей:

$$1,5 \cdot 1024 \cdot 8 / (64 \cdot 64) = 1,5 \cdot 2^{10} \cdot 2^3 / (2^6 \cdot 2^6) = 1,5 \cdot 2^{10+3-6-6} = 1,5 \cdot 2 = 3.$$

Итак, на один пиксель приходится три бита. Три бита позволяют закодировать максимум $2^3 = 8$ различных значений. Поэтому максимально возможное число цветов в палитре изображения равно 8, что соответствует ответу под номером 1.

Ответ: 1

Пример 2

Укажите минимальный объем памяти (в килобайтах), достаточный для хранения любого растрового изображения размером 256x256 пикселей, если известно, что в изображении используется палитра из 2^{16} цветов. Саму палитру хранить не нужно.

- 1) 128
- 2) 512
- 3) 1024
- 4) 2048

Решение:

Найдем минимальный объем памяти, необходимый для хранения одного пикселя.

В изображении используется палитра из 2^{16} цветов, следовательно, одному пикселю может быть сопоставлен любой из 2^{16} возможных номеров цвета в палитре. Поэтому минимальный объем памяти для одного пикселя будет равен $\log_2(2^{16}) = 16$ битам. Минимальный объем памяти, достаточный для хранения всего изображения будет равен $16 \cdot 256 \cdot 256 = 2^4 \cdot 2^8 \cdot 2^8 = 2^{20}$ бит = 2^{17} байт = 2^7 килобайт = 128 килобайт, что соответствует пункту под номером 1.

Ответ: 1

Пример 3

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 64×64 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение:

Найдем минимальный объем памяти, необходимый для хранения одного пикселя.

В изображении используется палитра из 256 цветов, следовательно, одному пикселю может быть сопоставлен любой из 2^8 возможных номеров цвета в палитре. Поэтому минимальный объем памяти для одного пикселя будет равен $\log_2(2^8) = 8$ битам. Минимальный объем памяти, достаточный для хранения всего изображения будет равен $8 \cdot 64 \cdot 64 = 2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^6 = 2^{15}$ бит = 2^{12} байт = 2^2 килобайт = 4 килобайт.

Ответ: 4

Пример 4

Для кодирования цвета фона страницы Интернет используется атрибут `bgcolor=»#XXXXXX»`, где в кавычках задаются шестнадцатеричные значения интенсивности цветовых компонент в 24-битной RGB-модели. Какой цвет будет у страницы, заданной тэгом `<body bgcolor=»#FFFFFF»>`?

- 1) белый 2) зеленый 3) красный 4) синий

Решение:

В 24-битной системе кодирования цветов RGB, используемой для мониторов, каждая из трех цветовых составляющих (красная, зеленая, синяя) может принимать значение от 0 до 255 и кодируется одним байтом (две шестнадцатеричные цифры). 0 соответствует полному отсутствию данной цветовой составляющей в пикселе, 255 (FF_{16}) – максимальной яркости данного цвета. Максимальная яркость всех трех цветовых сигналов $FFFFFF_{16}$ в RGB обеспечивает белый цвет пикселя. Минимальная яркость (все цвета выключены) - 000000_{16} – черный.

Ответ: 1

Пример 5

Исполнитель Чертежник умеет выполнять следующие команды

поднять перо опустить перо

сместиться в точку (x,y) – переместиться с поднятым или опущенным пером из текущей точки на листе в заданную.

Изначально, текущей считается точка с координатами (0,0), совпадающая с центром прямоугольного листа бумаги. Координатные оси направлены вдоль краев листа. Масштаб единиц по обеим осям одинаковый. После выполнения команды текущей считается новая позиция пера.

Для Чертежника задан алгоритм, в котором пропущено два одинаковых элемента (вместо них – подчеркивание):

использовать Чертежник

алг фигура

нач

вещ A, L, S

цел N, I A

:= 0

L **:=** 20

N **:=** 100

S **:=** 2*3.14/N

поднять перо

сместиться в точку(_____)

опустить перо

нц для I от 1 до N

A:=A+S

сместиться в точку(_____)

кц

кон

Какой элемент следует вставить в скобки вместо подчеркивания так, чтобы после выполнения алгоритма появилось приближенное изображение окружности?

- 1) $L+\cos(A), L+\sin(A)$
- 2) $L*\cos(S), L*\sin(S)$
- 3) $L*L, A*A$
- 4) $L*\cos(A), L*\sin(A)$

Решение:

По приведенному в задаче алгоритму видно, что будет построена ломаная линия из 100 отрезков. Переменная A внутри цикла каждый раз прирастает на 1/100 от радианной меры окружности, то есть представляет собой величину угла между двумя радиусами: от центра окружности к первоначально поставленной точке и к текущей точке. Ясно, что проекции радиуса на оси будут пропорциональны косинусу и синусу этого угла. L в данном алгоритме – радиус, для определения координаты следующей точки следует радиус умножить на косинус и синус угла соответственно. Вариант ответа 4) даст изображение ломаной линии, приближенной к окружности с радиусом в 20 точек с центром в начале координат. Если вставить в пропущенные места ответ 1), на экране появится вырожденная окружность радиусом в 1 точку с центром в точке (20,20). Вариант 2) приведет к тому, что на экране появится ровно одна точка, так как переменная S в цикле не изменяется. Вариант ответа 3) приведет к построению отрезка от точки (400, 0) до точки (400, 39). Следует обратить внимание, что речь в любом случае идет о компьютерном исполнителе, поэтому построенные фигуры будут дискретными. В данной модели дискретность определяется размерами точки, построение отрезка длиной менее одной точки невозможно. Именно поэтому ответ 1) не может быть рассмотрен как верный, фактически окружность построена не будет. Правильный ответ – 4).

Ответ: 4

7.1

Для кодирования цвета фона страницы Интернет используется атрибут `bgcolor="#XXXXXX"`, где в кавычках задаются шестнадцатеричные значения интенсивности цветовых компонент в 24-битной RGB-модели. Какой цвет будет у страницы, заданной тэгом `<body bgcolor="#FF00FF">`?

- 1) красный
- 2) черный
- 3) зеленый
- 4) фиолетовый

7.2

Автоматическая камера производит растровые изображения размером 600×500 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объём файла с изображением не может превышать 240 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

7.3

Автоматическая камера производит растровые изображения размером 300×512 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объём файла с изображением не может превышать 30 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

7.4

Автоматическая камера производит растровые изображения размером 800×512 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объём файла с изображением не может превышать 270 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

3.2. Цифровое кодирование звука

Звук представляет собой колебания давления на барабанную перепонку – орган слуха человека. Амплитуда этих колебаний представляет собой громкость звука, частота колебаний – его высоту. При аналоговой записи звуковые колебания порождаются либо колебаниями иглы звукоснимателя при движении в бороздке грампластинки, либо электромагнитными колебаниями, записанными на магнитофонную ленту. При цифровой записи звуковой сигнал дискретизируется по времени. Количество мгновенных значений амплитуды сигнала за единицу времени называется частотой дискретизации сигнала. Так, например, частота дискретизации в 40 кГц означает, что в секунду фиксируется 40 000 мгновенных значений амплитуды сигнала.

Поскольку под хранение числа – величины мгновенного значения амплитуды – мы можем отвести только конечное число двоичных разрядов (и, по техническим соображениям, одинаковое для каждого значения), то значения амплитуды квантуются (нормируются и округляются до ближайших целых значений в соответствии с количеством отведенных для них разрядов). Например, если используется 8 разрядное представление звука, то возможно всего 256 возможных квантованных значений амплитуды. Эта величина (количество бит для записи одного мгновенного значения амплитуды) также называется глубиной кодирования звука.

Чем выше частота дискретизации и разрядность представления звука, тем более точно можно сохранить звучание исходного сигнала.

В случае записи многоканального (стерео- и квадрослука) указанный подход применяется к каждому каналу.

Качественная звукозапись требует высоких значений частоты дискретизации и, в силу этого, порождает огромные объемы информации. Поэтому большинство форматов цифровой звукозаписи предполагает использование алгоритмов сжатия данных. Однако, в заданиях единого государственного экзамена вопросы сжатия полученных цифровых данных и применения каких-либо других оптимизирующих преобразований не рассматриваются.

В ЕГЭ 2022 г. задание, проверяющее умение определять объем памяти, необходимый для хранения звуковой и графической информации, может быть на позиции 7.

Задание 7

Пример 6

Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Какая из приведенных ниже величин наиболее близка к размеру полученного файла?

- 1) 0.2 Мбайт
- 2) 2 Мбайт
- 3) 3 Мбайт
- 4) 4 Мбайт

Решение:

За одну минуту будет записано 16000×60 отсчетов (мгновенных значений амплитуды). Каждый отсчет займет 24 бита. Таким образом, общий объем файла составит:

$$16000 \times 60 \times 24 = (16 \times 8 \times 125) \times (4 \times 15) \times (8 \times 3) = 2^4 \times 2^3 \times 125 \times 2^2 \times 15 \times 2^3 \times 3 = 2^{12} \times 125 \times 45 \text{ бит.}$$

Так как 1 Мбайт = 1024 Кбайт = 2^{20} байт = 2^{23} бит, выполним преобразование: $(2^{12} \times 125 \times 45) : (2^{23}) = 125 \times 45 : 2^{11} = 125 \times 45 : 2048 = 5625 : 2048 \approx 2,7$ Мбайт

Следует заметить, что все приведенные выше расчеты легко выполняются без калькулятора.

Ответ: 3

Пример 7

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 24 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 4 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение:

Объем первоначального файла надо умножить на 2 (двухканальная запись вместо одноканальной, потом умножить на 4 (выше разрешение), а потом разделить на полтора.

Это делается в уме: $24 \times 2 \times 4 : 1,5 = 16 \times 8 = 128$

Ответ: 128

7.5

Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Какая из приведенных ниже величин наиболее близка к размеру полученного файла?

- 1) 700 Кбайт
- 2) 5 Мбайт
- 3) 3 Мбайт
- 4) 43 Мбайт

7.6

Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 22 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Какая из приведенных ниже величин наиболее близка к размеру полученного файла?

- 1) 1 Мбайт
- 2) 8 Мбайт
- 3) 15 Мбайт
- 4) 60 Мбайт

7.7

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 24 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 3 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

7.8

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 48 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 3 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

7.9

Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 24 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате моно и оцифрован с разрешением в 4 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи.

3.3. Обработка информации в электронных таблицах

В связи с изменением формата проведения экзамена значение хороших знаний и умений по этой теме возрастает многократно. Выше уже было показано, как многие задачи по теме «Алгоритмы» могут решаться с помощью электронных таблиц. Но в ЕГЭ 2022 года есть по крайней мере два задания, посвященные исключительно этому инструменту информационных технологий. В данном разделе мы рассмотрим сначала общие понятия и принципы организации электронных таблиц, разберем задания, которые были по этой теме ранее, в «бескомпьютерной» версии экзамена, а затем разберем задания из демонстрационной версии 2022 года.

Работа с формулами, абсолютные и относительные ссылки

Электронная таблица состоит из ячеек, каждая из которых имеет адрес аналогично клеточкам шахматной доски или игрового поля для “морского боя”. Столбцы таблицы нумеруются буквами и буквосочетаниями латинского алфавита, а строки – числами. Таким образом, ячейка на пересечении 15-й строки и столбца D будет иметь адрес D15.

В ячейке может храниться не только значение, введенное пользователем, но и формула, по которой автоматически рассчитывается значение ячейки. Для того, чтобы электронная таблица могла производить вычисления по формулам, они должны быть записаны по определенным правилам. Отличительным признаком формулы является знак = в ее начале. В формулах могут использоваться адреса других ячеек и различные функции, в том числе математические \sin , \cos , \exp (показательная функция с основанием, равным числу e), abs (модуль числа) и так далее.

В электронных таблицах принято следующее правило: обычные адреса ячеек в формулах являются относительными. Это означает, что при копировании ячейки, содержащей формулу, в ячейку, отстоящую от исходной на некоторое число столбцов и строк, адреса ячеек в формуле изменяются на такое же число столбцов и строк. Пусть, например, ячейка B2 содержит формулу $=C2+1$. При копировании ячейки формула изменится следующим образом:

	A	B	C	D
1	$=B1+1$		$=D1+1$	
2		$=C2+1$		$=E2+1$
3	$=B3+1$			
4			$=D4+1$	

Чтобы адрес не менялся при копировании, он должен быть абсолютным. В абсолютном адресе перед обозначениями строки и столбца ставится знак \$. Если знак \$ стоит только перед именем столбца, то при копировании будет сохраняться имя столбца, если перед номером строки – номер строки.

Пусть ячейка B2 содержит формулу $=\$C\$2+\$C3+C\4 . При копировании ячейки формула изменится следующим образом:

	A	B	C	D
1	$=\$C\$2+\$C2+B\4		$=\$C\$2+\$C2+D\4	
2		$=\$C\$2+\$C3+C\4		$=\$C\$2+\$C3+E\4
3	$=\$C\$2+\$C4+B\4			
4			$=\$C\$2+\$C5+D\4	

Пример 1

В ячейке A1 электронной таблицы записана формула =D1-\$D2. Какой вид приобретет формула после того, как ячейку A1 скопируют в ячейку B1?

- 1) =E1-\$E2
- 2) =E1-\$D2
- 3) =E2-\$D2
- 4) =D1-\$E2

Решение:

Адрес B1 получен из адреса A1 сдвигом на 1 вправо. Также изменятся все относительные адреса столбцов в адресах формулы, а именно, D1 преобразуется в E1. Адреса строк не изменятся, так как формула копируется в пределах одной строки (первой). Адрес \$D2 не изменится, так как здесь адрес столбца абсолютный, и формула приобретет вид =E1-\$D2.

Ответ: 2

Пример 2

Дан фрагмент электронной таблицы:

	А	В	С	Д
1	5	2	4	
2	10	1	6	

В ячейку D2 введена формула =A2*B1+C1. В результате в ячейке D2 появится значение:

- 1) 6
- 2) 14
- 3) 16
- 4) 24

Решение:

Подставим значения ячеек в заданную формулу: $A2*B1+C1 = 10*2+4 = 24$.

Ответ: 4

Пример 3

В электронной таблице значение формулы =СУММ(B1:B2) равно 5. Чему равно значение ячейки B3, если значение формулы =СРЗНАЧ(B1:B3) равно 3?

Решение:

Диапазону B1:B3 принадлежат три ячейки B1, B2 и B3. Функция СРЗНАЧ вычисляет среднее арифметическое ячеек диапазона, поэтому $(B1+B2+B3):3 = 3$. Следовательно, $B1+B2+B3 = 9$. Учитывая, что по условию $B1+B2 = 5$, получаем, что $B3 = 4$.

Ответ: 4

Пример 4

В ячейке B4 электронной таблицы записана формула = \$C3*2. Какой вид приобретет формула, после того как ячейку B4 скопируют в ячейку B6?

Примечание: знак \$ используется для обозначения абсолютной адресации.

- 1) = \$C5 *4
- 2) = \$C5 *2
- 3) = \$C3 *4
- 4) = \$C1 *2

Решение:

Формула будет перемещена на две ячейки вниз, адреса столбцов не изменятся, так как формула копируется в пределах одного столбца (второго). Множитель 2, естественно, не изменится, не изменится и адрес столбца, по двум причинам: во-первых, он абсолютный, и во-вторых, перемещение происходит внутри одного столбца. Адрес строки увеличится на 2 и формула приобретет вид = \$C5 * 2.

Ответ: 2

Пример 5

В динамической (электронной) таблице приведены ежеквартальные затраты 4-х строительных организаций (в миллионах рублей) и площади построенных ими помещений (в квадратных метрах). В какой из строительных организаций средние затраты за год на строительство одного квадратного метра наименьшие?

Название организации	I квартал		II квартал		III квартал		IV квартал		Всего за год	
	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь
ДСК-2	15	1200	14	1100	16	1300	20	1700	65	5300
PCY-14	35	2000	40	2500	50	3000	45	2600	170	10100
CMY-78	40	3000	60	4000	50	3500	65	4500	215	15000
Трест № 7	60	4100	40	2900	100	7200	80	5800	280	20000

- 1) ДСК-2 2) PCY-14 3) CMY-78 4) Трест № 7

Решение:

При использовании компьютера данная задача решается построением дополнительного столбца и заполнением его значением результата от деления затрат на площадь. Далее можно либо найти минимум в столбце с помощью соответствующей функции, либо отсортировать таблицу по возрастанию значения нового столбца. На бумажном экзамене, когда доступа к компьютеру нет, а использование калькуляторов запрещено, можно попробовать сделать прикидку результата. Видно, что в Тресте № 7 затраты на 1000 кв. м. составляют 14 млн. руб., в CMY-78 – более 14 млн. руб. (при 14 млн. совокупные затраты были бы 210 млн., а они на 5 млн. больше), в PCY-14 затраты вообще очень высоки: более 16 млн. руб. на 1000 кв.м.). И только в ДСК-2 эти затраты менее 13 млн. руб. за 1000 кв.м, то есть наименьшие из представленных четырех организаций.

Обратите внимание, что большая часть информации, представленной в таблице, в решении не используется.

Ответ: 1

Задачи для самостоятельного решения

ЭТ.1

В ячейке B4 электронной таблицы записана формула = \$C3*A2. Какой вид приобретет формула, после того как ячейку B4 скопируют в ячейку D6?

Примечание: знак \$ используется для обозначения абсолютной адресации.

- 1) = \$C5 *C4 2) = \$C5 *A4 3) = \$E3 *C2 4) = \$E5 *C4

ЭТ.2

В ячейке C6 электронной таблицы записана формула = B\$3*\$A5. Какой вид приобретет формула, после того как ячейку C6 скопируют в ячейку D5?

Примечание: знак \$ используется для обозначения абсолютной адресации.

- 1) = B\$3*\$A5 2) = B\$3*\$A4 3) = C\$3*\$A4 4) = C\$2*\$A4

ЭТ.3

В электронной таблице значение формулы =СУММ(D2:D4) равно 15. Чему равно значение формулы =СРЗНАЧ (D1:D4), если значение ячейки D1 равно 5?

- 1) 5 2) 10 3) 20 4) 4

ЭТ.4

В электронной таблице значение формулы =СУММ(D2:D4) равно 15. Чему равно значение формулы =СУММ(D1:D4), если значение ячейки D1 равно 5?

- 1) 5 2) 10 3) 20 4) 4

ЭТ.5

В динамической (электронной) таблице приведены ежеквартальные затраты 4-х строительных организаций (в миллионах рублей) и площади построенных ими помещений (в квадратных метрах). В какой из строительных организаций средние затраты за год на строительство одного квадратного метра наименьшие?

Название организации	I квартал		II квартал		III квартал		IV квартал		Всего за год	
	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь	Затраты	Площадь
ДСК-12	52	4800	60	5000	65	6000	53	5200	230	21000
РСТ-1	57	6100	79	8300	68	7100	86	8900	290	30400
СМУ-38	25	2300	23	2000	27	2400	30	3200	105	9900
УКС-2	85	8200	61	5800	140	14400	125	11600	411	40000

- 1) ДСК-12 2) РСТ-1 3) СМУ-38 4) УКС-2

Диаграммы и графики

Для решения задач этой темы важно уметь правильно интерпретировать столбчатые и круговые диаграммы, учитывая, что простые столбчатые диаграммы обычно отражают абсолютные значения, а круговые – процентный состав. При интерпретации круговых диаграмм необходимо оценить соотношение величин, по которым она построена.

Пример 6

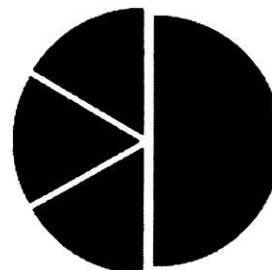
Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C	D
1	3		3	2
2	= (C1+A1) / 2	=C1-D1	=A1-D1	=B1/2

Какое число должно быть записано в ячейке B1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:D2 соответствовала рисунку?

Решение:

Диаграмма построена по четырем значениям диапазона ячеек A2:D2. Видно, что эти значения соотносятся как 1:1:1:3. При этом на круговой диаграмме неясно, какая доля круга какой ячейке диапазона соответствует. Поскольку значения ячеек A1, C1, D1 известны, заполним диапазон A2:D2 значениями вместо формул:



	A	B	C	D
1	3		3	2
2	3	1	1	=B1/2

Осталось незаполненной ячейка D2. Из приведенной в задании диаграммы ясно, что ее значение равно 1. Находим неизвестное значение ячейки B1: $B1 = 1 \cdot 2 = 2$.

Ответ: 2

Пример 7

Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C	D
1	50		200	100
2	=D1/2	=B1-A1	=D1-A1	=A1+C1-B1

Какое целое число должно быть записано в ячейке B1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:D2 соответствовала рисунку?

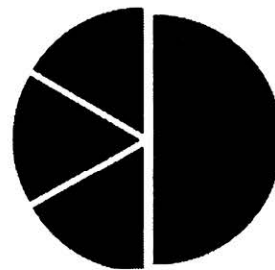
Решение:

Диаграмма построена по четырем значениям диапазона ячеек A2:D2. Видно, что эти значения соотносятся как 1:1:1:3. При этом на круговой диаграмме неясно, какая доля круга какой ячейке диапазона соответствует. Поскольку значения ячеек A1, C1, D1 известны, заполним диапазон A2:D2 значениями вместо формул:

	A	B	C	D
1	50		200	100
2	50	=B1-50	50	=250-B1

Остались незаполненными ячейки B2 и D2. Из приведенной в задании диаграммы ясно, что значение одной из них равно 50, а другой $50 \cdot 3 = 150$. Находим неизвестное значение ячейки B1: $B1 = 250 - 150 = 50 + 50 = 100$.

Ответ: 100



Задачи для самостоятельного решения

ЭТ.6

Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C
1	2	1	
2	=C1-B1*2	=(B1+C1)/A1	=A1+B1

Какое целое число должно быть записано в ячейке C1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:C2 соответствовала рисунку?



ЭТ.7

Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C
1	140	70	
2	=C1-A1	=A1*2-C1	=A1-B1

Какое целое число должно быть записано в ячейке C1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек A2:C2 соответствовала рисунку?



ЭТ.8

Дан фрагмент электронной таблицы:

	А	В	С
1		$= (A1 - B2) / 2$	3
2	$= C1 * 2 - B1$	2	$= C1 - B2$

Какое целое число должно быть записано в ячейке А1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек А2:С2 соответствовала рисунку?

**ЭТ.9**

Дан фрагмент электронной таблицы:

	А	В	С
1		$= A1 / 2$	90
2	$= C1 - B1$	30	$= A1$

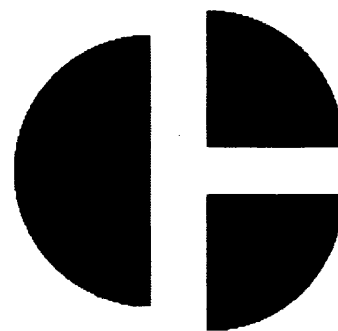
Какое целое число должно быть записано в ячейке А1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек А2:С2 соответствовала рисунку?

**ЭТ.10**

Дан фрагмент электронной таблицы:

	А	В	С
1	2	$= A1 * 3$	
2	$= (B1 - C1) * 2$	$= (B1 - A1) / 2$	$= B1 - A1$

Какое целое число должно быть записано в ячейке С1, чтобы построенная после выполнения вычислений диаграмма по значениям диапазона ячеек А2:С2 соответствовала рисунку?

**Задание 9**

Задание 9 проверяет технические умения использовать в электронных таблицах формулы, ссылающиеся на диапазоны ячеек. В связи с тем, что экзамен проходит на компьютере и с использованием специализированного программного обеспечения, появилась возможность использовать для расчетов достаточно громоздкие файлы, чтобы исключить возможность ручного вычисления результата, без использования электронных таблиц. От экзаменуемого при выполнении данного задания требуется написать две-три формулы, ссылающиеся на диапазон ячеек, чтобы получить вычисляемый ответ, зависящий от исходных данных. Именно поэтому для данного задания файл исходных данных является непременной составной частью задания.

Задание 9 рекомендуется выполнять, записывая каждое промежуточное значение в отдельную ячейку. Следует обратить внимание, что формулы в задании возможно следует применить не ко всему массиву исходных данных, как в задании демоверсии, а только к определенному диапазону.

Пример 1 (задание 9 демоверсии 2021 г.)

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным значением температуры и её средним арифметическим значением. В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

Решение:

Откройте файл электронной таблице в формате того табличного процессора, который Вы собираетесь использовать. Далее в книге все иллюстрации будут для процессора Microsoft Excel, но для всех процессоров требуется производить аналогичные действия.

Рассмотрим исходную таблицу. Она занимает 92 строки на 25 столбцов, то есть заполнены данными 23 тысячи ячеек. В диапазоне A2:A92 (крайний левый столбец) записаны даты (по числу дней измерения), в диапазоне B1:Y1 (верхняя строка) – часы, когда происходило измерение температуры. В прямоугольном диапазоне 91 строка на 24 столбца B2:Y92 записаны значения измеренной температуры. Задание требует от экзаменуемого определения максимального значения в этом массиве данных и вычисления среднего арифметического всех имеющихся данных. То есть функции определения максимума и вычисления среднего следует применять к диапазону B2:Y92.

Запишем в одну из свободных ячеек, например в ячейку C94, формулу определения максимального значения в диапазоне: =МАКС(B2:Y92) (=MAX(B2:Y92) для нерусифицированных процессоров). При завершении ввода формулы в ячейке появится значение 38,0. В соседнюю ячейку можно записать формулу определения среднего арифметического: =СРЗНАЧ(B2:Y92) (=AVERAGE(B2:Y92)). Будет вычислено значение 23,7. В третью ячейку надо написать формулу вычисления разности значений этих двух ячеек: =C94-D94. Будет вычислено значение 14,3, от которого в ответ следует записать только целую часть.

Ответ: 14

Пример 2 (задание 9 демоверсии 2022 г.)

Откройте файл электронной таблицы, содержащей в каждой строке три целых положительных числа. Выясните, какое количество троек чисел могут являться сторонами треугольника, то есть удовлетворяют неравенству треугольника.

В ответе запишите только число.

Решение:

Правило треугольника (неравенство треугольника) заключается в том, что длина любой из сторон меньше суммы длин двух других сторон. Имеет смысл воспользоваться стандартными функциями электронных таблиц, найти для каждой тройки максимальное число и убедиться, что оно меньше суммы двух других. Далее надо воспользоваться логической функцией «ЕСЛИ» вывести единицу, если числа образуют треугольник. Воспользовавшись формулой суммы по столбцу надо просуммировать эти единицы.

Для каждой тройки запишем максимальное число, вычислим сумму двух других (для этого из суммы трех можно вычесть максимальное) и сравним эти числа.

Создадим столбец E для хранения максимального числа из тройки, куда в ячейку E2 записываем формулу =МАКС(A2:C2), а в столбце F будем хранить сумму двух других чисел пары. Запишем в ячейку F2 формулу =СУММ(A2:C2)-E2. Если число в столбце F больше числа в столбце E, то треугольник с такими сторонами существует. В ином случае треугольник построить нельзя. Запишем в столбце H формулу, которая будет проставлять единицу в соответствующую ячейку, если треугольник построить можно, и 0 – если треугольника не существует. Для ячейки H2 формула примет вид: =ЕСЛИ(F2>E2;1;0). Далее мы копируем созданные нами формулы вниз на весь диапазон исходных чисел. Формулы вычисляются автоматически, так как мы использовали относительные ссылки, они будут

работать внутри своей строки. Для ответа на вопрос задания необходимо просуммировать числа (единицы) в столбце Н.

Буфер обмена		Шрифт		Выравнивание								
H2		=ЕСЛИ(F2>E2;1;0)										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Число 1	Число 2	Число 3		макс	сумма 2х		треугольник		всего:	2	
2	3	4	5		5	7		1				
3	12	27	14		27	26		0				
4	1	9	8		9	9		0				
5	9	5	6		9	11		1				
6												
7												
8												

Рис. 4. Решение задачи 9 с помощью достройки столбцов

Для данного образца из четырёх троек ответ 2.

Задачи для самостоятельного решения

Все задания этого раздела можно выполнять с исходными данными из файла приложения к заданию 9 демоверсии.

9.1

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным значением температуры и её минимальным значением.

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

9.2

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным значением температуры в мае и её средним арифметическим значением в этом месяце.

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

9.3

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным значением температуры в июне и максимальным значением температуры в апреле.

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

9.4

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным значением температуры, измеренной в полдень (12:00 часов) и максимальным значением температуры, измеренной в полночь (0:00 часов).

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

9.5

Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальным и минимальным значением температуры в апреле и мае (за период 2 месяца).

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

Задание 18

Задание 18 повышенного уровня сложности знания и умения практически использовать для расчетов в таблицах механизм относительных ссылок и заполнять таблицу значениями с использованием формул, ссылающихся на соседние ячейки. Кроме того, это задание проверяет умение применять методы динамического программирования при решении задач с вычислением с помощью электронных таблиц. Это задание также выполняется для прилагаемого к заданию файла исходных данных.

При выполнении этого задания очень важно построить правильную математическую модель процесса, аккуратно описать зависимости между значениями и правильно интерпретировать результаты вычислений. Это задание содержит пример, который позволяет на наибольших и обозримых данных в ручном режиме смоделировать механизм вычислений на основном объёме данных.

Пример 1 (задание 18 демоверсии 2021 г.)

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю.

В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 41 22.

Решение:

Сначала имеет смысл разобраться в задании и убедиться, что указанные числа действительно являются ответом на задание для приведенного примера. Можно выписать все возможные пути для Робота (их 10) и убедиться, что, действительно, самым «прибыльным» является

путь 1-8-8-1-12-5-6, а наименее выгодным 1-8-1-1-3-2-6. Все пути, кстати, одинаково длинные, Робот в любом случае совершает 6 переходов и посещает 7 клеток.

Откроем файл с исходными данными. В нем квадрат 10×10 заполнен натуральными значениями от 1 до 100. Эти данные являются исходными, их изменять нельзя. Все вычисления надо делать на свободном поле таблицы. Мы создадим таблицу также размером 10×10 , которая будет заполнена значениями, которые покажут сумму, которая уже есть «в кармане» у Робота, когда он пришел в эту ячейку и подобрал лежащие там монетки.

Начнем заполнение таблицы с ячейки A12. Это стартовая позиция Робота. Все, что есть у него на данный момент – монетка, лежащая в левом верхнем углу. Запишем формулу $=A1$. Далее будем заполнять первый (левый) столбец нижней таблицы. Робот может пройти его только сверху вниз, поэтому в каждую следующую клетку он приносит то, что имел в кармане в клетке сверху плюс подбирает то, что находит в этой клетке. Для ячейки A13 запишем формулу, которая вычисляет это значение: $=A12+A2$ (A12 – то, что он принес из клетки сверху и A2 – то, что подобрал в этой клетке). Скопируем формулу из ячейки A12 в диапазон A13:A21, с помощью механизма относительных ссылок они изменятся соответственно, в ячейке A21 окажется записана формула $=A20+A10$.

Аналогично заполним верхнюю строку. Робот может прийти только слева, сверху ячеек нет, поэтому формула в ячейке B12 примет вид $=A12+B1$, а после копирования в диапазон C12:J12 ячейки заполнятся относительными ссылками и в ячейке J12 окажется формула $=I12+J1$ (см. рис. 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11											
12	51	72	165	213	258	358	425	464	482	$=I12+J1$	
13	108										
14	171										
15	181										
16	280										
17	315										
18	415										
19	426										
20	448										
21	452										
22											

Рис. 5. Заполнение левого столбца и верхней строки

Теперь, когда крайние слева и сверху столбец и строка заполнены, можно начинать заполнение основного тела таблицы. Начнем заполнение с ячейки B13. Робот может попасть в эту клетку либо из клетки A13, слева, либо из клетки B12, сверху. Мы вычисляем путь с

максимальной эффективностью. Поэтому нам надо определить, откуда этой клетке выгоднее «пустить» Робота, при движении откуда у него «в кармане» больше денег. То есть для этого нам надо выбрать максимальное из двух значений. Робот добавит к деньгам «в кармане» те монетки, которые найдет в этой клетке. Формула примет вид =МАКС(A13;B12)+B2 (=МАХ(A13;B12)+B2 для нерусифицированных процессоров), а вычисленное значение будет равно 151 (108+43).

Далее копируем формулу сначала в диапазон В14:В21, а затем, выделив весь диапазон В13:В21, растягиваем его (за нижний правый угол), или любым другим способом копируем в диапазон С13:J21. Операция заполнения диапазонов относительными ссылками – важное умение работы с электронными таблицами, его надо отработать. В ячейке J21 формула примет вид =МАКС(I21;J20)+J10 (см. рис. 6).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29			
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58			
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67			
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69			
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65			
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2			
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1			
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39			
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34			
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33			
11													
12	51	72	165	213	258	358	425	464	482	511			
13	108	151	262	313	405	415	518	550	569	627			
14	171	187	293	329	483	571	661	733	770	837			
15	181	244	357	382	579	629	742	807	898	967			
16	280	323	452	459	619	705	760	841	903	1032			
17	315	342	523	600	683	743	822	897	913	1034			
18	415	472	550	626	734	776	922	933	986	1035			
19	426	551	600	672	771	845	1002	1033	1058	1097			
20	448	622	642	695	782	857	1041	1057	1122	1156			
21	452	647	734	818	848	905	1118	1131	1171	=МАКС(I21;J20)+J10			
22										=МАКС(число1; [число2]; [число3]; ...)			
23													

Рис. 6. Вычисление максимального значения

В ячейке J21 появилось значение максимальной суммы, которую Робот может собрать по пути: 1204 монеты.

Аналогично вычислим значение минимальной суммы. Последовательность шагов будет та же, только в ячейке В13 надо записать формулу выбора не максимального, а минимального значения =МИН(A13;B12)+B2 (=MIN(A13;B12)+B2). Далее следует скопировать формулу на весь диапазон и получить в ячейке J21 формулу =МИН(I21;J20)+J10 (см. рис. 7). Вычисленное значение будет равно 502.

J21	:	X ✓ fx	=МИН(I21;J20)+J10
-----	---	--------	-------------------

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	51	21	93	48	45	100	67	39	18	29	
2	57	43	97	51	92	10	93	32	19	58	
3	63	16	31	16	78	88	90	72	37	67	
4	10	57	64	25	96	50	81	65	91	69	
5	99	43	95	7	40	76	18	34	5	65	
6	35	19	71	77	64	38	62	56	10	2	
7	100	57	27	26	51	33	100	11	53	1	
8	11	79	49	46	37	69	80	31	25	39	
9	22	71	20	23	11	12	39	16	64	34	
10	4	25	87	84	30	48	77	13	40	33	
11											
12	51	72	165	213	258	358	425	464	482	511	
13	108	115	212	263	350	360	453	485	501	559	
14	171	131	162	178	256	344	434	506	538	605	
15	181	188	226	203	299	349	430	495	586	655	
16	280	231	321	210	250	326	344	378	383	448	
17	315	250	321	287	314	352	406	434	393	395	
18	415	307	334	313	364	385	485	445	446	396	
19	426	386	383	359	396	454	534	476	471	435	
20	448	457	403	382	393	405	444	460	524	469	
21	452	477	490	466	423	453	521	473	513	502	
22											

Рис. 7. Вычисление минимального значения

Ответ: 1204 502

На экзамене 2021 года в части вариантов лабиринты содержали вертикальную стену. Приведем пример такого задания.

Пример 2 (открытый банк заданий ЕГЭ 2021 г.)

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($N = 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку; по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке пересечь границы (внутренние и границы квадрата) Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежные суммы, которые может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа: сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел: 41 27
 Файл данных к этому заданию записан в разных форматах и имеет имя 18_2.

Решение:

Для данного вида заданий механизм решения в принципе совпадает с решением примера 1. Следует, прежде всего, открыть файл данных и определить, где находится стена внутри лабиринта. В используемом файле данных стена обозначена между столбцами F и G на уровне 4-15 строки.

Соответственно, в ячейку G4 Робот может попасть только из ячейки G3, так как между F3 и G4 стена. Аналогично с ячейкой G5 и так далее до ячейки G15.

Поэтому в решении мы переносим стену на то поле, где будем подсчитывать суммы (в конкретном случае от строчки 25 до строчки 36) и заполняем соответствующими формулами. Начинаем с ячейки G25, куда заносим формулу =G24+G4, а затем копируем эту формулу вниз до ячейки G36. В остальных ячейках размещаем формулы так, как мы делали при решении предыдущего примера.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	9	25	24	21	20	25	23	23	23	24	20	25	22	24	20	21	25	20	25	9
2	20	20	20	20	20	25	20	21	23	22	23	21	21	23	21	22	24	21	20	20
3	20	21	20	22	24	25	22	24	23	20	23	20	22	20	21	23	22	21	25	24
4	21	21	22	24	21	23	10	20	22	22	22	23	23	23	21	20	25	22	23	
5	25	21	22	23	24	25	11	20	21	23	22	24	25	22	20	22	24	22	25	23
6	24	20	24	21	22	22	12	22	22	25	22	25	22	21	23	23	25	24	24	21
7	20	21	20	21	25	23	13	21	20	22	23	22	21	25	20	21	20	20	23	20
8	24	21	25	25	22	25	14	22	23	21	23	25	20	23	25	21	24	20	25	25
9	25	22	22	24	23	24	15	22	21	20	23	20	23	25	23	23	20	23	24	25
10	23	20	25	20	22	21	16	21	25	21	20	25	25	20	22	21	22	23	23	21
11	20	24	25	21	24	22	17	24	24	20	24	23	21	25	20	25	23	25	22	22
12	21	21	25	21	23	21	18	22	21	21	24	22	25	20	20	21	25	21	23	20
13	22	21	25	23	23	22	19	23	25	22	25	20	21	20	21	20	24	24	24	24
14	24	21	20	24	22	20	20	23	25	22	20	22	24	22	20	21	23	24	21	21
15	23	24	20	24	23	24	21	24	21	22	25	25	24	20	23	24	21	23	22	21
16	25	21	21	21	23	23	22	22	23	25	20	20	21	24	20	24	22	20	20	21
17	24	24	22	21	25	21	23	20	22	24	22	21	20	20	25	22	23	23	21	21
18	23	25	23	22	21	21	24	22	21	23	21	22	22	21	21	21	20	25	20	23
19	25	23	24	21	23	23	25	22	24	21	23	23	20	25	25	24	23	21	25	22
20	9	23	25	21	23	21	26	23	21	25	22	20	24	25	24	24	20	20	23	9
21																				
22	9	34	58	79	99	124	147	170	193	217	237	262	284	308	328	349	374	394	419	428
23	29	54	78	99	124	144	167	191	216	239	262	283	305	331	352	374	398	419	439	459
24	49	75	96	121	148	173	195	219	242	262	285	305	327	351	373	397	420	441	466	490
25	70	96	120	145	169	196	=G24+G4	239	264	286	308	331	354	377	400	421	441	466	488	513
26	95	117	142	168	193	221	216	259	285	309	331	355	380	402	422	444	468	490	515	538
27	119	139	166	189	215	243	228	281	307	334	356	381	403	424	447	470	495	519	543	564
28	139	160	186	210	240	266	241	302	327	356	379	403	424	449	469	491	515	539	566	586
29	163	184	211	236	262	291	255	324	350	377	402	428	448	472	497	518	542	562	591	616
30	188	210	233	260	285	315	270	346	371	397	425	448	471	497	520	543	563	586	615	641
31	211	231	258	280	307	336	286	367	396	418	445	473	498	518	542	564	586	609	638	662
32	231	255	283	304	331	358	303	391	420	440	469	496	519	544	564	589	612	637	660	684
33	252	276	308	329	354	379	321	413	441	462	493	518	544	564	584	610	637	658	683	704
34	274	297	333	356	379	401	340	436	466	488	518	538	565	585	606	630	661	685	709	733
35	298	319	353	380	402	422	360	459	491	513	538	560	589	611	631	652	684	709	730	754

Рис. 8. Заполнение ячеек справа от стены

Ответ: 878 733

Задача для самостоятельного решения

18.1 (Задание выполняется с файлом 18_1)

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: влево или вниз. По команде влево Робот перемещается в соседнюю левую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из правой верхней клетки в левую нижнюю.

В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

18.2 (Задание выполняется с файлом 18_2)

Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($N = 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **влево** или **вниз**. По команде **влево** Робот перемещается в соседнюю левую клетку; по команде **вниз** – в соседнюю нижнюю. При попытке пересечь границы (внутренние и границы квадрата) Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежные суммы, которые может собрать Робот, пройдя из правой верхней клетки в левую нижнюю.

В ответе укажите два числа: сначала максимальную сумму, затем минимальную.

3.4. Базы данных

В 2022 г. задание 3 проверяет знания о технологии хранения, поиска и сортировки информации в базах данных. Разнообразие заданий по этой теме, использовавшихся в КИМ ЕГЭ разных лет, велико, поэтому следует ознакомиться с различными типами таких заданий.

Пример 1

Для каждого файла в таблицу записывался исходный размер файла (поле РАЗМЕР), а также размеры архивов, полученных после применения к файлу различных архиваторов: программы WinZIP (поле ZIP), программы WinRAR (поле RAR) и программы StuffIt (поле SIT). Вот начало этой таблицы (все размеры в таблице – в килобайтах):

Имя Файла	Размер	ZIP	RAR	SIT
Аквариум.mw2	296	124	88	92
Муар.mw2	932	24	20	28

Нужно отобрать файлы, исходный размер которых больше 1 мегабайта и размер которых при использовании WinRAR уменьшился более чем в 4 раза. Для этого достаточно найти в таблице записи, удовлетворяющие условию:

- 1) (РАЗМЕР > 1000) ИЛИ (РАЗМЕР / RAR > 4)
- 2) (РАЗМЕР > 1024) И (RAR < 256)
- 3) (РАЗМЕР > 1024) И (РАЗМЕР / RAR > 4)
- 4) (РАЗМЕР > 1024) ИЛИ (РАЗМЕР / RAR > 4)

Решение:

В задачах этого типа конкретные значения полей базы данных не важны, таблица приводится только для визуализации описанной структуры базы данных. Задача состоит в том, чтобы сформировать правильный запрос по описанному условию. Ключевым здесь является условие конъюнкции (логического умножения) требований, а также соотношение 1 Мбайт = 1024 Кбайт.

Ответ: 3**Пример 2**

Результаты тестирования представлены в таблице:

Фамилия	Пол	Математика	Русский язык	Химия	Информатика	Биология
Агеева	ж	82	56	46	32	70
Воронин	м	43	62	45	74	23
Григоренко	м	54	74	68	75	83
Доронина	ж	71	63	56	82	79
Ефимова	ж	33	25	74	38	46
Жеглова	ж	18	92	83	28	61

Сколько записей в ней удовлетворяют условию «Пол = 'ж' ИЛИ Химия > Биология»?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

Решение:

В задачах этого типа конкретные значения полей базы данных играют ключевую роль. Фактически при ее решении следует исполнить соответствующий запрос и отобразить из представленных полей те, которые соответствуют условию.

При решении конкретной задачи надо обратить внимание, что два условия в запросе связаны операцией «ИЛИ». Это значит, что будут отобраны все записи, значением поля «Пол» которых является 'ж', а также те записи, где балл по химии больше балла по биологии. Записей об экзаменуемых женского пола в таблице четыре, а из оставшихся двух только у Воронина балл по химии (45) больше балла по биологии (23). Итак, условию удовлетворяют 5 записей из 6, что соответствует ответу под цифрой 1.

Ответ: 1**Пример 3**

Результаты тестирования представлены в таблице:

Фамилия	Пол	Математика	Русский язык	Химия	Информатика	Биология
Агеева	ж	82	56	46	32	70
Воронин	м	43	62	45	74	23
Григоренко	м	54	74	68	75	83
Доронина	ж	71	63	56	82	79
Ефимова	ж	33	25	74	38	46
Жеглова	ж	18	92	83	28	61

Сколько записей в ней удовлетворяют условию «Пол = 'ж' И Химия > Биология»?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

Решение:

Таблица та же самая, что и в прежней задаче, но два условия в запросе связаны операцией «И». Это значит, что будут отобраны только те записи, значением поля «Пол» которых является 'ж', и где балл по химии больше балла по биологии. Записей об экзаменуемых женского пола в таблице четыре, из них балл по химии больше балла по биологии только у

двух: Ефимовой и Жегловой. Итак, условию удовлетворяют 2 записи из 6, что соответствует ответу под цифрой 2.

Ответ: 2

Пример 4

База данных о торговых операциях дистрибутора состоит из трех связанных таблиц. Ниже даны фрагменты этих таблиц:

Таблица зарегистрированных дилеров:

Наименование организации	ID дилера	Регион	Адрес
ООО «Вектор»	D01	Башкортостан	г. Уфа, ул. Школьная, 15
АО «Луч»	D02	Татарстан	г. Казань, ул. Прямая, 17
АОЗТ «Прямая»	D03	Адыгея	г. Майкоп, просп. Мира, 8
ООО «Окружность»	D04	Дагестан	г. Дербент, ул. Замковая, 6
ИЧП Скаляр	D05	Дагестан	г. Махачкала, ул. Широкая, 28
АО «Ромб»	D06	Татарстан	г. Набережные Челны, ул. Заводская, 4

Таблица отгрузки товара

Номер накладной	Отгружено дилеру	Артикул товара	Отгружено упаковок	Дата отгрузки
001	D01	01002	300	5/01/2009
002	D02	01002	100	5/01/2009
003	D06	01002	200	5/01/2009
004	D01	02002	20	5/01/2009
005	D02	02002	30	5/01/2009
006	D02	01003	20	6/01/2009

Таблица товаров

Наименование товара	Артикул	Отдел	Количество единиц в упаковке	Брутто вес упаковки
Фломастеры, пачка 24 шт.	01001	Канцтовары	24	5
Бумага А4, пачка 500 листов	01002	Канцтовары	5	10
Скрепки металлические 1000 шт.	01003	Канцтовары	48	20
Розетки трехфазные	02001	Электротовары	12	2
Лампа накаливания 60 Вт	02002	Электротовары	100	8
Выключатель 2-клавишный	02003	Электротовары	48	7

Сколько пачек бумаги было отгружено в Татарстан 5 января 2009 г.?

- 1) 100 2) 200 3) 500 4) 1500

Решение:

Реляционные базы данных обычно состоят из нескольких таблиц, каждая из которых характеризует свойства определенного объекта. В данном случае объектами являются дилеры, товары и накладные (записи об отгрузке товара дилеру). Вопрос задания касается отгрузки, поэтому ответ надо искать в средней таблице.

Таблицы связаны между собой значениями ключевых полей. Записи в ключевых полях уникальны, они позволяют однозначно отобрать конкретную запись в таблице любой величины. В таблицах дилеров таким полем является «ID дилера», в таблице товаров – «Артикул», в таблице отгрузки – «Номер накладной». Таблица отгрузки связана с таблицей дилеров и таблицей товаров через значения ключевых полей. Нас интересует бумага в пачках, отгруженная в Татарстан 5 января. Бумага имеет артикул «01002». В Татарстане зарегистрировано два дилера: АО «Луч» (D02) и АО «Ромб» (D06). Накладных, связанных

с этими дилерами, в таблице четыре, при этом датированы 5 января три из них (002, 003 и 005). Накладные 002 и 003 связаны с интересующим нас артикулом, третья накладная на отгрузку другого товара. Таким образом, в Татарстан 5 января бумага была отгружена по 2 накладным общим объемом 300 упаковок. Вопрос, однако, сформулирован о пачках бумаги, а не об упаковках. В нижней таблице находим строчку, относящуюся к бумаге, и читаем значение поля «Количество единиц в упаковке». Получаем значение 5 (пачек бумаги в коробке). Умножаем это число на общее количество упаковок (300) и получаем ответ: 1500 пачек бумаги. Этот ответ записан под цифрой 4.

Ответ: 4

Пример 5

Из правил соревнования по тяжелой атлетике: Тяжелая атлетика – это прямое соревнование, когда каждый атлет имеет три попытки в рывке и три попытки в толчке. Самый тяжёлый вес поднятой штанги в каждом упражнении суммируется в общем зачете. Если спортсмен потерпел неудачу во всех трёх попытках в рывке, он может продолжить соревнование в толчке, но уже не сможет занять какое-либо место по сумме 2-х упражнений. Если два спортсмена заканчивают состязание с одинаковым итоговым результатом, высшее место присуждается спортсмену с меньшим весом. Если же вес спортсменов одинаков, преимущество отдается тому, кто первым поднял победный вес. Таблица результатов соревнований по тяжелой атлетике:

Фамилия И.О.	Вес спортсмена	Взято в рывке	Рывок с попытки	Взято в толчке	Толчок с попытки
Айвазян Г.С.	77,1	147,5	3	200,0	2
Викторов М.П.	79,1	147,5	1	202,5	1
Гордезиани В.Ш.	78,2	147,5	2	200,0	1
Михальчук М.С.	78,2	147,5	3	202,5	3
Пай С.В.	79,5	150,0	1	200,0	1
Шапсугов М.Х.	77,1	147,5	1	200,0	1

Кто победил в общем зачете (по сумме двух упражнений)?

- 1) Айвазян Г.С. 3) Михальчук М.С. 2) Викторов М.П. 4) Пай С.В.

Решение:

Тяжелая атлетика, пожалуй, единственный вид спорта, где турнирная таблица формируется на основании трёх признаков: поднятого веса, собственного веса спортсмена и затраченных попыток. Данный тип задачи моделирует операцию сортировки базы данных по совокупности признаков. Первым признаком является поднятый вес, вторым признаком – вес спортсмена и, наконец, третьим признаком является номер попытки. Поднятый вес должен быть наибольшим, а собственный вес спортсмена и номер попытки – наименьшим. Для решения представленной задачи создадим еще один столбец: суммарный поднятый вес.

Фамилия И.О.	Вес атлета	Взято в рывке	Рывок попыт.	Взято в толчке	Толчок попыт.	Общий вес
Айвазян Г.С.	77,1	147,5	3	200,0	2	347,5
Викторов М.П.	79,1	147,5	1	202,5	1	350,0
Гордезиани В.Ш.	78,2	147,5	2	200,0	1	347,5
Михальчук М.С.	78,2	147,5	3	202,5	3	350,0
Пай С.В.	79,5	150,0	1	200,0	1	350,0
Шапсугов М.Х.	77,1	147,5	1	200,0	1	347,5

Видно, что на первое место претендуют только три атлета из шести, поднявшие суммарно 350 килограмм. Из них минимальный собственный вес у М.С. Михальчука (78,2 кг). Он и является победителем в сумме двух упражнений. Его фамилия в списке под цифрой 3. Обратим внимание, что третий признак – номер попытки – при сортировке не использовался. Это достаточно часто встречающаяся ситуация при работе с базами данных. Третий параметр сортировки начинает играть роль только в том случае, если в базе данных много записей с одинаковыми значениями полей, являющихся первым и вторым признаком для сортировки. В данном случае в таблице всего 6 строк, поэтому при сортировке третий признак работать, скорее всего, не будет.

Ответ: 3

Пример 6

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. Определите на основании приведенных данных фамилию и инициалы бабушки Ивановой А.И.

Таблица 1

ID	Фамилия_И.О.	Пол
71	Иванов Т.М.	М
85	Петренко И.Т.	М
13	Черных И.А.	Ж
42	Петренко А.И.	Ж
23	Иванова А.И.	Ж
96	Петренко Н.Н.	Ж
82	Черных А.Н.	М
95	Цейс Т.Н.	Ж
10	Цейс Н.А.	М
	...	

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
23	71
13	23
85	23
82	13
95	13
85	42
82	10
95	10
...	...

- 1) Петренко А.И. 2) Черных И.А. 3) Цейс Т.Н. 4) Петренко Н.Н.

Решение:

Приведенные две таблицы позволяют строить генеалогические деревья. Следует сначала определить ID Ивановой А.И. (23), затем во второй таблице найти ее родителей (85 и 13) и, соответственно, их родителей. У 13 это 82 и 95, родителей человека с ID 85 (Петренко И.Т.) в таблице 2 нет. ID 82 принадлежит дедушке Ивановой А.И., его зовут Черных А.Н., а вот бабушка Цейс Т.Н. имеет ID 95 и стоит в списке ответов под цифрой 3.

Ответ: 3

Пример 7

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите, сколько прямых потомков (т.е. детей и внуков) Павленко А.К. упомянуты в таблице 1.

Таблица 1

ID	Фамилия_И.О.	Пол
2146	Кривич Л.П.	Ж
2155	Павленко А.К.	М
2431	Хитрук П.А.	М
2480	Кривич А.А.	М
2302	Павленко Е.А.	Ж
2500	Сокол Н.А.	Ж
3002	Павленко И.А.	М
2523	Павленко Т.Х.	Ж
2529	Хитрук А.П.	М
2570	Павленко П.И.	М
2586	Павленко Т.И.	Ж
2933	Симонян А.А.	Ж
2511	Сокол В.А.	Ж
3193	Биба С.А.	Ж
...

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
2146	2302
2146	3002
2155	2302
2155	3002
2302	2431
2302	2511
2302	3193
3002	2586
3002	2570
2523	2586
2523	2570
2529	2431
2529	2511
2529	3193
...	...

Решение:

Приведенные две таблицы позволяют строить генеалогические деревья. Следует сначала определить ID Павленко А.К (2155), затем во второй таблице найти его детей (2302 и 3002) и, соответственно, их детей. У 2302 их три: 2431, 2511, 3103, у 3002 – 2 потомка: 2586 и 2570. Таким образом, у Павленко А.К двое детей и 5 внуков, а всего потомков 7.

Ответ: 7**Пример 8**

Ниже представлены два фрагмента таблиц из базы данных о жителях микрорайона. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. Определите на основании приведённых данных, у скольких детей на момент их рождения отцам было больше 22 полных лет. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

Таблица 1

ID	Фамилия_И.О.	Пол	Год_рождения
14	Краснова Н.А.	Ж	1951
24	Кузьминых И.П.	М	1952
25	Кузьминых П.И.	М	1982
26	Кузьминых П.П.	М	2006
34	Красняк А.И.	Ж	1973
35	Красняк В.С.	Ж	1999
36	Красняк С.С.	М	1973
44	Воевода А.С.	Ж	1950
45	Воевода В.А.	М	1962
46	Макаренко О.С.	Ж	2001
47	Макаренко П.О.	М	2018
54	Клычко А.П.	Ж	2002
64	Крот П.А.	Ж	1974
...

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребёнка
24	25
44	25
25	26
64	26
24	34
44	34
34	35
36	35
14	36
34	46
36	46
25	54
64	54
...	...

Решение:

На основании данных из таблицы 2, дополнив ее данными из таблицы 1, составим следующую таблицу (возраст отцов рассчитаем как разность годов рождения):

ID отца	Год рождения отца	ID ребенка	Год рождения ребенка	Возраст отца в момент рождения
24	1952	25	1982	30
25	1982	26	2006	24
24	1952	34	1973	21
36	1973	35	1999	26
36	1973	46	2001	29
25	1982	54	2002	20

Видно, что в момент рождения четырех детей их отцам было больше 22 лет.

Ответ: 4

Пример 9 (Задание 3, демоверсия 2022 г.)

В файле приведен фрагмент базы данных «Продукты» о поставках товаров в магазины города. База данных состоит из трёх связанных прямоугольных таблиц. Таблица «Движение товаров» содержит записи о поставках товаров в магазины в течение первой декады июня 2021 г., а также информацию о проданных товарах. Поле «Тип операции» содержит значение «Поступление» или «Продажа», а в соответствующее поле «Количество упаковок шт.» занесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано. Заголовок таблицы имеет вид:

ID операции	Время	ID магазина	Артикул	Тип операции	Количество упаковок шт.	Цена руб./шт.
-------------	-------	-------------	---------	--------------	-------------------------	---------------

Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара. Заголовок таблицы имеет вид:

Артикул	Отдел	Наименование	Ед. изм	Количество в упаковке	Поставщик
---------	-------	--------------	---------	-----------------------	-----------

Таблица «Магазин» – информацию об основных характеристиках магазинов. Заголовок таблицы имеет вид.

ID магазина	Район	Адрес
-------------	-------	-------

На рисунке приведена схема указанной базы данных.



Магазины работают с 7-00 до 23-00. Используя информацию из приведенной базы данных, определите количество упаковок яиц диетических 1 категории, имеющих в наличии в магазинах Заречного района города 11 июня на момент открытия магазинов.

В ответе запишите только число.

Решение:

В 2022 году задание 3 также будет выполняться на компьютере и предполагает использование файла данных. Естественно, что ответ будет зависеть от содержания базы.

В принципе, это задание по содержанию соответствует заданиям из примеров 3 и 4, но только выполняется на компьютере (и, поэтому, не может быть выполнено вручную в силу объема данных). Необходимо средствами электронных таблиц (используя механизм фильтров) отобрать из всех магазинов только магазины Заречного района. Далее надо, используя тот же механизм фильтрации (по полю «Артикул»), отобрать все записи о диетических яйцах и составить две таблицы: поступление яиц в магазины и продажи. Из суммарного количества поступивших в магазины упаковок вычесть суммарное количество проданных. Разность и будет соответствовать количеству упаковок, имеющих в магазине на начало следующей декады.

Задачи для самостоятельного решения

3.1

Ниже приведены фрагменты таблиц базы данных участников конкурса исполнительского мастерства:

Страна	Участник
Германия	Силин
США	Клеменс
Россия	Холево
Грузия	Яшвили
Германия	Бергер
Украина	Численко
Германия	Феер
Россия	Каладзе
Германия	Альбрехт

Участник	Инструмент	Автор произведения
Альбрехт	флейта	Моцарт
Бергер	скрипка	Паганини
Каладзе	скрипка	Паганини
Клеменс	фортепиано	Бах
Силин	скрипка	Моцарт
Феер	флейта	Бах
Холево	скрипка	Моцарт
Численко	фортепиано	Моцарт
Яшвили	флейта	Моцарт

Представители скольких стран исполняют Моцарта?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

3.2

Из правил соревнования по тяжелой атлетике: Тяжелая атлетика – это прямое соревнование, когда каждый атлет имеет три попытки в рывке и три попытки в толчке. Самый тяжелый вес поднятой штанги в каждом упражнении суммируется в общем зачете. Если спортсмен потерпел неудачу во всех трёх попытках в рывке, он может продолжить соревнование в толчке, но уже не сможет занять какое-либо место по сумме 2-х упражнений. Если два спортсмена заканчивают состязание с одинаковым итоговым результатом, высшее место присуждается спортсмену с меньшим весом. Если же вес спортсменов одинаков, преимущество отдается тому, кто первым поднял победный вес. Таблица результатов соревнований по тяжелой атлетике:

Фамилия И.О.	Вес спортсмена	Взято в рывке	Рывок с попытки	Взято в толчке	Толчок с попытки
Айвазян Г.С.	77,1	150,0	3	200,0	2
Викторов М.П.	79,1	147,5	1	202,5	1
Гордезиани Б.Ш.	78,2	150,0	2	200,0	1
Михальчук М.С.	78,2	152,5	3	202,5	2
Пай С.В.	79,5	–	–	202,5	1
Шапсугов М.Х.	77,1	150,0	3	202,5	3

Кто победил в толчке в этом соревновании?

- 1) Викторов М.П.
 2) Михальчук М.С.
 3) Пай С.В.
 4) Шапсугов М.Х.

3.3

Результаты тестирования представлены в таблице

Фамилия	Пол	Математика	История	Физика	Химия	Биология
Андреев	м	80	72	68	66	70
Борисов	м	75	88	69	61	69
Васильева	ж	85	77	73	79	74
Дмитриев	м	77	85	81	81	80
Егорова	ж	88	75	79	85	75
Захарова	ж	72	80	66	70	70

Сколько записей в ней удовлетворяют условию Пол=«ж» ИЛИ Физика<Биология?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

3.4

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. Определите на основании приведенных данных фамилию и инициалы сестры Цейс Н.А.

Таблица 1

ID	Фамилия И.О.	Пол
71	Иванов Т.М.	М
85	Петренко И.Т.	М
13	Черных И.А.	Ж
42	Петренко А.И.	Ж
23	Иванова А.И.	Ж
96	Черных Н.Н.	М
82	Петренко А.Н.	М
95	Цейс Т.Н.	Ж
10	Цейс Н.А.	М
	...	

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
82	85
96	42
95	85
82	13
95	13
85	42
82	10
95	10
...	...

- 1) Петренко А.И. 2) Черных И.А. 3) Цейс Т.Н. 4) Петренко И.Т.

3.5

В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. Определите на основании приведенных данных сколько всего внуков и внучек у Цейс Н.А.

Таблица 1

ID	Фамилия И.О.	Пол
71	Иванова Т.Н.	Ж
85	Петренко И.Т.	М
13	Черных И.А.	Ж
42	Петренко А.И.	Ж
23	Иванова А.И.	Ж
96	Черных Н.Н.	М
82	Петренко А.Н.	М
95	Цейс Т.Н.	Ж
10	Цейс Н.А.	М
	...	

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
82	85
96	42
95	85
82	13
95	13
85	42
10	95
10	71
...	...

3.6

Ниже представлены два фрагмента таблиц из базы данных о жителях микрорайона. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. Определите на основании приведённых данных, у скольких детей на момент их рождения матерям было меньше 25 полных лет. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

Таблица 1

ID	Фамилия И.О.	Пол	Год рождения
14	Краснова Н.А.	Ж	1951
24	Кузьминых И.П.	М	1952
25	Кузьминых П.И.	М	1982
26	Кузьминых П.П.	М	2006
34	Красняк А.И.	Ж	1973
35	Красняк В.С.	Ж	1999

Таблица 2

ID Родителя	ID Ребёнка
24	25
44	25
25	26
64	26
24	34
44	34

36	Красняк С.С.	М	1973
44	Воевода А.С.	Ж	1950
45	Воевода В.А.	М	1962
46	Макаренко О.С.	Ж	2004
47	Макаренко П.О.	М	2018
54	Клычко А.П.	Ж	2002
64	Крот П.А.	Ж	1974
...

34	35
36	35
14	36
34	46
36	46
25	54
64	54
...	...

3.5. Контекстный поиск информации

В связи с изменением формата проведения экзамена появилась возможность включить в КИМ ЕГЭ задание на контекстный поиск информации. Это важное умение работы с информационными технологиями, поскольку от правильного формулирования запроса (то есть указания такой строки символов, которая сразу приведет к искомому месту в большом тексте) очень сильно зависит эффективность поиска.

Задание 10

Задание 10 проверяет техническое умение воспользоваться механизмом поиска в текстовом процессоре. Это задание, как и остальные задания ЕГЭ, имеет формат ответа «натуральное число», поэтому подсчитывается количество упоминаний того или иного слова в тексте. Этим это задания отличается от соответствующих заданий ОГЭ, где надо найти фрагмент в тексте и выяснить дополнительную информацию.

Пример (задание 10 демоверсии 2021 г.)

С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «долг» или «Долг» в тексте романа в стихах А.С. Пушкина «Евгений Онегин». Другие формы слова «долг», такие как «долги», «долгами» и т.д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Решение:

Необходимо открыть текст романа в стихах (прилагается к КИМ в 4-х разных форматах) и воспользоваться командой меню «Найти». В редакторе «Блокнот» Windows эта команда в меню «Правка», в Microsoft Word – в меню «Главная». Ввести искомое слово и посмотреть вхождения. В приложении к демоверсии дан текст только первой главы, там строка «долг» находится 7 раз, но в 5 случаях это части других слов (долго, долгий), а в 2 случаях это две формы слова «долг»: «Долгами жил его отец» и «Цензуре долг свой заплачу». Требованиям задания подходит только второй случай, так что ответ – 1.

Ответ: 1

Задачи для самостоятельного решения

10.1

С помощью текстового редактора определите, сколько раз встречается слово «лет» или «лета» (в значении «годов», «годы») в приведенном фрагменте текста романа в стихах А.С. Пушкина «Евгений Онегин». В ответе укажите только число.

10.2

С помощью текстового редактора определите, сколько раз встречается слово «бал» или «балы» (в любых падежах) в приведенном фрагменте текста романа в стихах А.С. Пушкина «Евгений Онегин». В ответе укажите только число.

10.3

С помощью текстового редактора определите, сколько раз упоминается река Нева в приведенном фрагменте текста романа в стихах А.С. Пушкина «Евгений Онегин». В ответе укажите только число.

10.4

Текст романа М.Ю. Лермонтова «Герой нашего времени» представлен в файлах различных форматов. Откройте один из файлов и определите, сколько раз, не считая сносок, встречается в тексте слово «год» или «Год». Другие формы слова «год», такие как «годы» и т.д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

10.5

Текст поэмы Н.А. Некрасова «Кому на Руси жить хорошо» представлен в файлах различных форматов. Откройте один из файлов и определите, сколько раз, не считая сносок, встречается в тексте слово «час» или «часа» (со строчной буквы). Другие формы слова «час», такие как «часов», «часик» и т.д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА 2022 ГОДА

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из 27 заданий с кратким ответом, выполняемых с помощью компьютера.

На выполнение экзаменационной работы по информатике и ИКТ отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Экзаменационная работа выполняется с помощью специализированного программного обеспечения, предназначенного для проведения экзамена в компьютерной форме. При выполнении заданий Вам будут доступны на протяжении всего экзамена текстовый редактор, редактор электронных таблиц, системы программирования. Расположение указанного программного обеспечения на компьютере и каталог для создания электронных файлов при выполнении заданий Вам укажет организатор в аудитории.

На протяжении сдачи экзамена доступ к сети Интернет запрещён.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения:

1. Обозначения для логических связок (операций):
 - a) отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
 - b) конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
 - c) дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
 - d) следование (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
 - e) тождество обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
 - f) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются равносильными (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

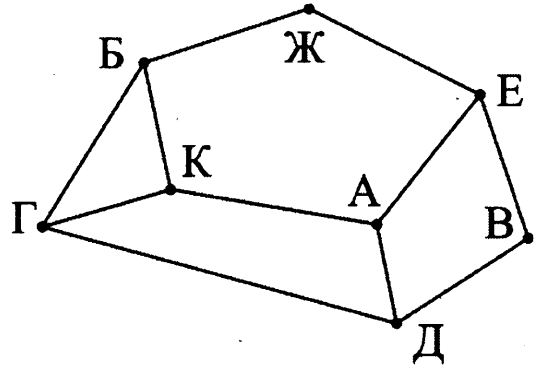
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

ВАРИАНТ 1

- 1 В таблице содержатся сведения о дорогах между населёнными пунктами (звёздочка означает, что дорога между соответствующими городами есть). На рисунке справа та же схема дорог изображена в виде графа.

		Номер пункта							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Номер пункта	1		*		*				*
	2	*		*				*	
	3		*				*		*
	4	*				*			
	5				*		*	*	
	6			*		*		*	
	7		*			*	*		
	8	*		*					



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите номера населённых пунктов Ж и Д в таблице. В ответе напишите два числа без разделителей: сначала для пункта Ж, затем для пункта Д.

Ответ: _____.

- 2 Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагменты из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$
1			0	0
	1	0	1	0
	1	1	1	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		$\neg x \vee y$
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следует написать yx .

Ответ: _____.

- 3) Ниже представлены два фрагмента таблиц из базы данных о жителях микрорайона. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. На основании приведённых данных определите наибольшую разницу между годами рождения родных сестёр. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

Примечание. Братьев (сестёр) считать родными, если у них есть хотя бы один общий родитель.

Таблица 1			
ID	Фамилия И.О.	Пол	Год рождения
127	Рой И.Т.	Ж	1960
129	Рой К.К.	Ж	1992
130	Рой К.М.	М	1959
137	Рой М.К.	М	1987
138	Фоменко И.И.	Ж	1963
142	Фоменко Н.О.	Ж	1997
146	Фоменко Т.О.	М	1989
149	Чухрай И.Н.	Ж	1937
150	Чухрай И.Т.	М	1932
151	Чухрай М.И.	Ж	1962
152	Эйзенштейн И.Т.	М	1971
153	Эйзенштейн М.И.	Ж	2009
155	Эйзенштейн О.Т.	Ж	1970
156	Эйзенштейн Т.С.	М	1936
...

Таблица 2	
ID Родителя	ID Ребёнка
156	127
127	129
130	129
127	137
130	137
149	138
150	138
138	142
138	146
149	151
150	151
156	152
152	153
156	155
...	...

Ответ: _____.

- 4) По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только шесть букв: А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б, В и Г используются кодовые слова 00, 01, 1000, 1001 соответственно.

Укажите минимальную сумму длин кодовых слов для букв Д и Е, при которых код будет удовлетворять условию Фано.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Ответ: _____.

- 5) На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N .

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу: если N чётное, в конец числа (справа) дописываются два нуля, в противном случае справа дописываются две единицы. Например, двоичная запись 1001 числа 9 будет преобразована в 100111.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью числа – результата работы данного алгоритма.

Укажите максимальное число N , для которого результат работы алгоритма будет меньше 140. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Ответ: _____.

6 Определите, при каком наименьшем введённом значении переменной n программа выведет число 145. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

C++	Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s = 155; cin >> n; while (s - n > 0) { s = s - 5; n = n + 10; } cout << s << endl; return 0; }</pre>	<pre>s = 155 n = int(input()) while s - n > 0: s = s - 5 n = n + 10 print(s)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел n, s s := 155 ввод n нц пока s - n > 0 s := s - 5 n := n + 10 кц вывод s кон</pre>	<pre>var s, n: integer; begin s := 155; readln (n); while s - n > 0 do begin s := s - 5; n := n + 10 end; writeln(s) end.</pre>

Ответ: _____.

7 Автоматическая камера производит растровые изображения размером 900×1200 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объём файла с изображением не может превышать 600 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Ответ: _____.

8 Сколько существует шестнадцатеричных четырёхзначных чисел, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Ответ: _____.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 9 Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между максимальными значениями температуры в июне и апреле.

В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

Ответ: _____.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 10 С помощью текстового редактора определите, сколько раз встречается слово «Москва» в разных падежах в тексте комедии А.С. Грибоедова «Горе от ума». В ответе укажите только число.

Ответ: _____.

- 11 При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из семи символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Ответ: _____.

- 12 Исполнитель Редактор получает на вход строку символов и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

А) заменить (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Б) нашлось (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

ТО *команда1*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно).

В конструкции
 ЕСЛИ *условие*
 ТО *команда1*
 ИНАЧЕ *команда2*
 КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

На вход приведённой ниже программы поступает строка, начинающаяся с символа «>», а затем содержащая 26 цифр 1, 10 цифр 2 и 14 цифр 3, расположенных в произвольном порядке.

Определите сумму числовых значений цифр строки, получившейся в результате выполнения программы.

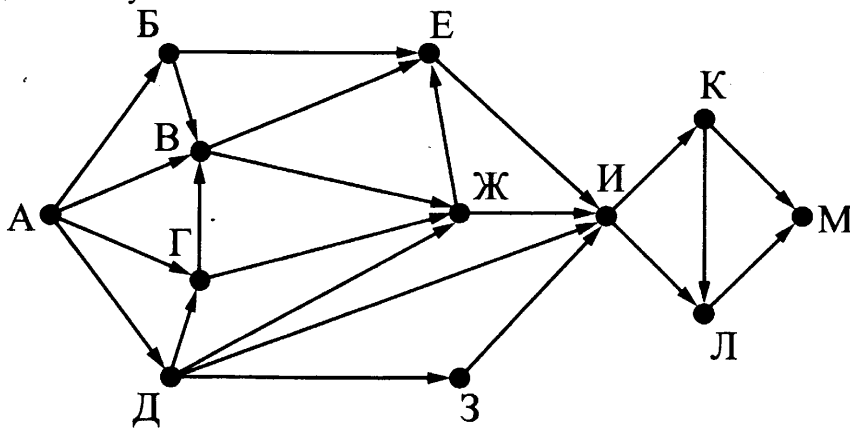
Так, например, если результат работы программы представлял бы собой строку, состоящую из 50 цифр 4, то верным ответом было бы число 200.

НАЧАЛО
 ПОКА нашлось (>1) ИЛИ нашлось (>2) ИЛИ нашлось (>3)
 ЕСЛИ нашлось (>1)
 ТО заменить (>1, 22>)
 КОНЕЦ ЕСЛИ
 ЕСЛИ нашлось (>2)
 ТО заменить (>2, 2>)
 КОНЕЦ ЕСЛИ
 ЕСЛИ нашлось (>3)
 ТО заменить (>3, 1>)
 КОНЕЦ ЕСЛИ
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ

Ответ: _____.

13 На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Какова длина самого длинного пути из города А в город М? Длиной пути считать количество дорог, составляющих этот путь.



Ответ: _____.

14 Значение арифметического выражения: $16^{18} \times 4^{10} - 4^6 - 16$ – записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?

Ответ: _____.

15 Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y > A) \vee (y < x) \vee (x < 33)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Ответ: _____.

16 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = 2n + F(n - 1), \text{ если } n \text{ – чётно,}$$

$$F(n) = 3 \times F(n - 2), \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ – нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(18)$?

Ответ: _____.

17 Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[800; 5900]$, которые делятся на 17 и не делятся на 2, 3, 5. Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем максимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Ответ:

--	--



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

18 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх – в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой нижней клетки в правую верхнюю.

В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	4	7
10	2	1	3
5	2	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 38 20.

Ответ:

--	--

19 Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 68 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 67$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Ответ: _____.

20 Для игры, описанной в предыдущем задании, укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Ответ:

--	--

21 Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: _____.

22 Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход натуральное десятичное число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наибольшее число x , при вводе которого алгоритм выводит сначала 2, а потом 3.

C++	Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ int x, L, M; cin >> x; L = 0; M = 0; while (x > 0) { M = M + 1; if(x % 2 == 0) { L = L + x % 8; } x = x / 8; } cout << L << endl << M << endl; return 0; }</pre>	<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x > 0: M = M + 1 if x % 2 == 0: L = L + x % 8 x = x // 8 print(L) print(M)</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач цел x, L, M ввод x L := 0 M := 0 нц пока x > 0 M := M + 1 если mod(x, 2) = 0 то L := L + mod(x, 8) все x := div(x, 8) кц вывод L, нс, M конец </pre>	<pre> var x, L, M: integer; begin readln(x); L := 0; M := 0; while x > 0 do begin M := M + 1; if x mod 2 = 0 then L := L + x mod 8; x := x div 8; end; writeln(L); writeln(M); end. </pre>

Ответ: _____.

23 Исполнитель Вычислитель преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 3

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 3.

Программа для Вычислителя – это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 13 и при этом траектория вычислений программы содержит число 9?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 24, 26.

Ответ: _____.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

24 Текстовый файл состоит не более чем из 1 миллиона символов X, Y и Z. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых каждый третий отличается от двух предыдущих.

Для выполнения этого задания следует написать программу.

Ответ: _____.

25 Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [400; 450], простые числа, то есть числа, не имеющие натуральных делителей, не считая единицы и самого числа. Запишите эти числа в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 26** На птицефабрике автомат производит автоматическое взвешивание куриных яиц и осуществляет их сортировку и маркировку в соответствии с категорией. Результаты взвешивания записываются в файл. Для контроля процесса производства следует определить, какова доля яиц третьей и второй категории (имеющих вес ниже минимального, установленного для первой категории) в партии, а также минимальный вес одного яйца в партии.

Входные данные.

В первой строке входного файла находятся два числа: S – минимальный вес яйца, попадающего в первую категорию и N – количество взвешенных яиц в партии (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения веса каждого яйца партии (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала количество яиц, имеющих вес, недостаточный для попадания в первую категорию, затем минимальный вес яйца в партии.

Пример входного файла:

```
55 4
40
66
52
60
```

При таких исходных данных вес ниже установленного для первой категории имеют два яйца из 4-х, минимальный вес яйца в партии – 40 г.

Ответ для приведённого примера: 2 40



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 27** Дана последовательность N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности, разность которых чётна и, по крайней мере, один из элементов делится на $p = 27$. Порядок элементов в паре неважен. Среди всех таких пар нужно найти и вывести пару с максимальной суммой элементов. Если одинаковую максимальную сумму имеет несколько пар, можно вывести любую из них. Если подходящих пар в последовательности нет, нужно вывести два нуля.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($2 \leq N \leq 10\,000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

Пример входных данных:

```
5
54
12
81
82
81
```

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```
81 81
```

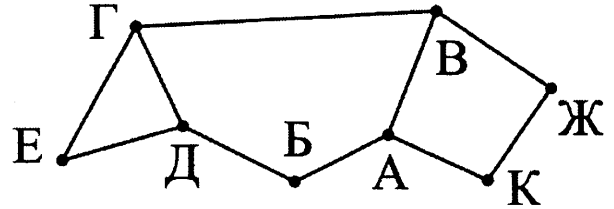
Пояснение. Из данных пяти чисел можно составить три различные пары, удовлетворяющие условию: (54, 12), (54, 82), (81, 81). Наибольшая сумма получается в паре (81, 81). Эта пара допустима, так как число 81 встречается в исходной последовательности дважды.

Ответом на задание является указание максимальной пары чисел.

ВАРИАНТ 2

- 1 В таблице содержатся сведения о дорогах между населёнными пунктами (звёздочка означает, что дорога между соответствующими городами есть). На рисунке справа та же схема дорог изображена в виде графа.

		Номер пункта							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Номер пункта	1					*			*
	2			*		*		*	
	3		*			*			
	4						*	*	
	5	*	*	*					
	6				*				*
	7		*		*				*
	8	*					*	*	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите номера населённых пунктов Б и В в таблице. В ответе напишите два числа без разделителей: сначала для пункта Б, затем для пункта В.

Ответ: _____.

- 2 Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагменты из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$
0			0	0
1	1	1	0	0
	0	1		0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		$\neg x \vee y$
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следует написать yx .

Ответ: _____.

- 3 Ниже представлены два фрагмента таблиц из базы данных о жителях микрорайона. Каждая строка таблицы 2 содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Информация представлена значением поля ID в соответствующей строке таблицы 1. Определите на основании приведённых данных, для скольких жителей выполнено условие, что она (он) родилась(-лся) в том же городе, что и её (его) бабушка или дедушка. При вычислении ответа учитывайте только информацию из приведённых фрагментов таблиц.

ID	Фамилия И.О.	Пол	Место рождения
137	Бондарчук О.О.	М	Бийск
138	Бондарчук С.И.	Ж	Барнаул
139	Митта Г.О.	Ж	Бийск
143	Митта К.О.	М	Абакан
144	Митта О.А.	М	Иркутск
146	Митта С.К.	Ж	Абакан
147	Ромм Г.О.	Ж	Иркутск
148	Ромм Н.К.	Ж	Омск
157	Ромм О.К.	Ж	Иркутск
158	Ромм С.К.	Ж	Омск
159	Хитрук Г.И.	Ж	Иркутск
162	Хитрук Е.О.	Ж	Бийск
163	Хитрук О.И.	Ж	Иркутск
165	Хитрук Т.И.	М	Иркутск
...

ID Родителя	ID Ребёнка
137	139
138	139
144	143
139	146
143	146
144	147
147	148
147	157
147	158
162	159
137	162
138	162
162	163
162	165
...	...

Ответ: _____.

- 4 По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только пять букв: А, Б, В, Г, Д. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б и В используются кодовые слова 001, 010, 0111 соответственно.

Укажите минимальную сумму длин кодовых слов для букв Г и Д, при которых код будет удовлетворять условию Фано.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Ответ: _____.

- 5 На вход алгоритма подаётся натуральное число N . Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N .

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу: если N нечётное, в конец числа (справа) дописывается сначала ноль, а затем единица. В противном случае, если N чётное, справа дописывается сначала единица, а затем ноль.

Например, двоичная запись 1001 числа 9 будет преобразована в 100101, а двоичная запись 1100 числа 12 будет преобразована в 110010.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью числа R – результата работы данного алгоритма.

Укажите максимальное число R , которое меньше 89 и может являться результатом работы данного алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

Ответ: _____.

- 6 Определите, при каком наибольшем введённом значении переменной n программа выведет число 145. Для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

C++	Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int s = 155; cin >> n; while (s - n > 0) { s = s - 5; n = n + 10; } cout << s << endl; return 0; }</pre>	<pre>s = 155 n = int(input()) while s - n > 0: s = s - 5 n = n + 10 print(s)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг нач цел n, s s := 155 ввод n нц пока s - n > 0 s := s - 5 n := n + 10 кц вывод s кон</pre>	<pre>var s, n: integer; begin s := 155; readln (n); while s - n > 0 do begin s := s - 5; n := n + 10 end; writeln(s) end.</pre>

Ответ: _____.

- 7 Автоматическая камера производит растровые изображения размером 300×512 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объём файла с изображением не может превышать 30 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Ответ: _____.

- 8 Сколько существует десятичных четырёхзначных чисел, делящихся на 5, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Ответ: _____.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 9 Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа – результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Найдите разность между средними значениями температуры в июне и апреле. В ответе запишите только целую часть получившегося числа.

Ответ: _____.



- 10 С помощью текстового редактора определите, сколько раз встречается слово «Москва» в разных падежах в тексте комедии А.С. Грибоедова «Горе от ума». В ответе укажите только число.

Ответ: _____.

- 11 При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из семи символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Ответ: _____.

- 12 Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её.

Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) заменить (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Б) нашлось (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

 ТО *команда1*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно).

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

 ТО *команда1*

 ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

На вход приведённой ниже программы поступает строка из 180 цифр, содержащая по 60 цифр 4, 6 и 8, расположенных в произвольном порядке.

Определите, какие цифры будут находиться на 25-м, 75-м и 150-м местах строки, получившейся в результате выполнения программы. Цифры в строке нумеруются последовательно слева направо, самая левая имеет номер 1, следующая – номер 2 и т.д.

В ответе запишите три полученные цифры подряд без пробелов и разделителей в порядке возрастания номеров их мест в получившейся строке. Так, например, если бы на 25-м месте стояла цифра 1, на 75-м – 2, а на 150-м – 3, то был бы ответ 123.

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (46) ИЛИ нашлось (84) ИЛИ нашлось (86)

ЕСЛИ нашлось (46)

ТО заменить (46, 64)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (84)

ТО заменить (84, 48)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (86)

ТО заменить (86, 68)

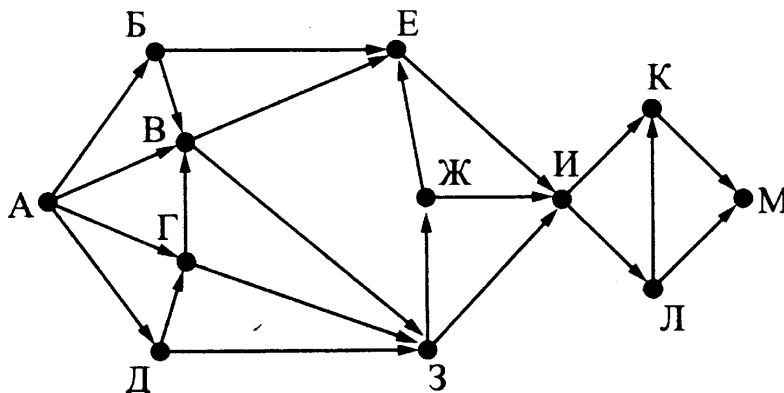
КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Ответ: _____.

- 13** На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Какова длина самого длинного пути из города А в город М? Длиной пути считать количество дорог, составляющих этот путь.



Ответ: _____.

- 14** Значение арифметического выражения: $16^8 \times 4^{20} - 4^{10} - 4$ – записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?

Ответ: _____.

- 15** Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 3x > A) \vee (x < 20) \vee (y < 20)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Ответ: _____.

16 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = 3n + F(n - 1), \text{ если } n \text{ – чётно,}$$

$$F(n) = 3 \times F(n - 2), \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ – нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(20)$?

Ответ: _____.

17 Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[800; 5900]$, которые делятся на 19 и не делятся на 2, 3, 5.

Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем максимальное число.

Для выполнения этого задания можно написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Ответ:

--	--



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

18 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: влево или вверх. По команде влево Робот перемещается в соседнюю левую клетку, по команде вверх – в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из правой нижней клетки в левую верхнюю.

В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

1	8	4	7
10	2	1	3
5	2	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел 41 23.

Ответ:

--	--

19 Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 73.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 73 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 72$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Ответ: _____.

20 Для игры, описанной в предыдущем задании, укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Ответ:

--	--

21 Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: _____.

22 Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход натуральное десятичное число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наибольшее число x , при вводе которого алгоритм выводит сначала 12, а потом 3.

C++	Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main(){ int x, L, M; cin >> x; L = 1; M = 0; while (x > 0) { M = M + 1; if(x % 2 == 0) { L = L * (x % 8); } x = x / 8; } cout << L << endl << M << endl; return 0; }</pre>	<pre>x = int(input()) L = 1 M = 0 while x > 0: M = M + 1 if x % 2 == 0: L = L * (x % 8) x = x // 8 print(L) print(M)</pre>

Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> алг нач цел x, L, M ввод x L := 1 M := 0 нц пока x > 0 M := M + 1 если mod(x, 2) = 0 то L := L * mod(x, 8) все x := div(x, 8) кц вывод L, нс, M кон </pre>	<pre> var x, L, M: integer; begin readln(x); L := 1; M := 0; while x > 0 do begin M := M + 1; if x mod 2 = 0 then L := L * (x mod 8); x := x div 8; end; writeln(L); writeln(M); end. </pre>

Ответ: _____.

23 Исполнитель Вычислитель преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 2.

Программа для Вычислителя – это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые исходное число 4 преобразуют в число 13, и при этом траектория вычислений программы содержит число 11?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 18.

Ответ: _____.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

24 Текстовый файл состоит не более чем из 1 миллиона символов X, Y и Z.

Определите максимальное количество идущих подряд символов, которые совпадают.

Для выполнения этого задания следует написать программу.

Ответ: _____.

25 Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [550; 600], простые числа, то есть числа, не имеющие натуральных делителей, не считая единицы и самого числа. Запишите эти числа в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 26** На птицефабрике автомат производит автоматическое взвешивание куриных яиц и осуществляет их сортировку и маркировку в соответствии с категорией. Результаты взвешивания записываются в файл. Для контроля процесса производства следует определить, какова доля яиц отборной и высшей категории в партии, а также максимальный вес одного яйца в партии.

Входные данные.

В первой строке входного файла находятся два числа: S – минимальный вес яйца, попадающего в отборную категорию и N – количество взвешенных яиц в партии (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения веса каждого яйца партии (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала количество яиц, имеющих вес, достаточный для попадания в отборную категорию, затем максимальный вес яйца в партии.

Пример входного файла:

65 4

60

66

77

40

При таких исходных данных в отборную и высшую категории попадают два яйца из 4-х, максимальный вес яйца в партии – 77 г.

Ответ для приведённого примера: 2 77



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 27** Дана последовательность N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности, разность которых чётна и, по крайней мере, один из элементов делится на $p = 25$. Порядок элементов в паре неважен. Среди всех таких пар нужно найти и вывести пару с максимальной суммой элементов. Если одинаковую максимальную сумму имеет несколько пар, можно вывести любую из них. Если подходящих пар в последовательности нет, нужно вывести два нуля.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($2 \leq N \leq 10\,000$). В каждой из последующих N строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

Пример входных данных:

5

50

12

75

82

75

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

75 75

Пояснение. Из данных пяти чисел можно составить три различные пары, удовлетворяющие условию: (54, 12), (54, 82), (81, 81). Наибольшая сумма получается в паре (81, 81). Эта пара допустима, так как число 81 встречается в исходной последовательности дважды.

Ответом на задание является указание максимальной пары чисел.

ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

8.1 55; 8.2 240; 8.3 50; 8.4 25; 8.5 40; 8.6 УУУОА; 8.7 ЯЯЯУЯ; 8.8 АУАУА; 8.9 ОАААО; 8.10 УОАОУ;
8.11 256; 8.12 125; 8.13 1024; 8.14 РКРР; 8.15 27.

11.1 2; 11.2 4; 11.3 3; 11.4 4; 11.5 2; 11.6 3; 11.7 400; 11.8 120; 11.9 2640 11.10 10432.

4.1 2; 4.2 3; 4.3 1; 4.4 4; 4.5 4; 4.6 4; 4.7 16.

14.1 4; 14.2 5, 6, 10, 15, 30; 14.3 5; 14.4 6, 14, 30; 14.5 5, 25; 14.6 4; 14.7 2012; 14.8 4; 14.9 128; 14.10 56;
14.11 10432; 14.10 *zwyx*; 14.11 *wxyz*.

2.1 1; 2.2 2; 2.3 4; 2.4 2; 2.5 3; 2.6 1; 2.7 4; 2.8 *xzy*; 2.9 *yxzw*.

15.1 4; 15.2 1; 15.3 2; 15.4 1; 15.5 1; 15.6 2; 15.7 2; 15.8 17; 15.9 5; 15.10 50; 15.11 98.

1.1 3; 1.2 1; 1.3 1; 1.4 2; 1.5 2; 1.6 11; 1.7 21.

13.1 5; 13.2 4; 13.3 23; 13.4 24; 13.5 60; 13.6 54.

5.1 1; 5.2 1; 5.3 1; 5.4 2; 5.5 36; 5.6 34.

23.1 8; 23.2 4; 23.3 9; 23.4 5; 23.5 37; 23.6 25; 23.7 96; 23.8 12; 23.9 14; 23.10 19; 23.11 10; 23.12 94;
23.13 26; 23.14 0 (119 не делится на 3); 23.15 150.

Игра 1: 19.1 12; 20.1 4, 11; 21.1 10.

Игра 2: 19.2 21; 20.2 19, 20; 21.2 18.

Игра 3: 19.3 15; 20.3 13, 14; 21.3 12.

12.1 2; 12.2 4; 12.3 3; 12.4 4; 12.5 4; 12.6 2; 12.7 3; 12.8 666; 12.9 88111; 12.10 881.

16.1 43, 1365, 43691; 16.2 38, 2318, 150632; 16.3 59, 8843, 1318811; 16.4 13, 427, 13653.

22.1 66; 22.2 16; 22.3 996; 22.4 555; 22.5 1000; 22.6 9990; 22.7 124.

24.1 В файле «24.txt» первый символ «X» встречается 500019 раз; 24.2 166585; 24.6 89.

25.1 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349; 25.2 2, 3, 3, 5, 7, 13, 457;

25.3 Таблица таких чисел для числа 402:

402	403
402	407
402	413
402	415
402	425
402	427

25.4 [700005; 233338] [700007; 100008] [700012; 350008] [700015; 140008] [700031; 24168];

25.5 [500002; 178] [500004; 18] [500016; 48] [500018; 58] [500020; 4348].

26.1 Для файла 26_11.txt пара чисел 28 и 53. Для файла 26_12.txt пара чисел 110 и 59;

26.2 Для файла 26_21.txt пара чисел 3254 и 38376. Для файла 26_22.txt пара чисел 7 и 138;

26.3_1 [229; 86]; 26.3_2 [228; 80].

6.1 32; 6.2 63; 6.3 147; 6.4 171.

17.1 34, 249; 17.2 34, 5967; 17.3 5, 26334; 17.4 5, 70224.

7.1 4; 7.2 64; 7.3 2; 7.4 32; 7.5 2; 7.6 2; 7.7 32; 7.8 64; 7.9 32.

ЭТ.1 1; ЭТ.2 3; ЭТ.3 1; ЭТ.4 3; ЭТ.5 4; ЭТ.6 5; ЭТ.7 210; ЭТ.8 10; ЭТ.9 60; ЭТ.10 5.

9.1 29; 9.2 7; 9.3 12; 9.4 7; 9.5 22.

18.1 1133, 522; 18.2 891, 741.

3.1 4; 3.2 2; 3.3 4; 3.4 2; 3.5 2; 3.6 2.

10.1 7; 10.2 8; 10.3 2 (и 1 раз в словосочетании «невским берегам»); 10.4 11; 10.5 7.

ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ

№ задания	Вариант 1	Вариант 2
1	43	17
2	zwxу	yzwx
3	10	1
4	5	4
5	34	85
6	125	139
7	16	2
8	5880	144
9	12	11
10	26	4
11	19	15
12	138	648
13	9	9
14	43	34
15	98	79
16	6597	19743
17	80 5899	71 5833
18	1439 631	1345 539
19	13	14
20	9 12	10 13
21	8	9
22	506	498
23	265	50
24	13	19
25	401 409 419 421 431 433 439 443 449	557 563 569 571 577 587 593 599
26	264 36	514 81
27	5211 8935	5120 6350

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ИНФОРМАТИКИ И ИКТ В ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЯХ.....	7
1. Математические основы информатики.....	7
1.1. Кодирование информации	7
1.2. Системы счисления	20
1.3. Основы логики	24
1.4. Моделирование	34
2. Алгоритмизация и программирование.....	42
2.1. Исполнение алгоритмов.....	42
2.2. Анализ дерева игры и обоснование выигрышной стратегии.....	51
2.3. Программирование	91
3. Информационные и коммуникационные технологии	106
3.1. Обработка графической информации.....	106
3.2. Цифровое кодирование звука	109
3.3. Обработка информации в электронных таблицах	112
3.4. Базы данных	125
3.5. Контекстный поиск информации	135
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА 2022 ГОДА	137
Инструкция по выполнению работы	137
Вариант 1	139
Вариант 2	148
ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.....	157
ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ ТРЕНИРОВОЧНЫХ ВАРИАНТОВ	158

